

*“El mundo cambiante
visto a través de una
derivada: Newton,
Leibniz, Euler y
nosotros”*

Juan Luis VÁZQUEZ



Introducción histórica

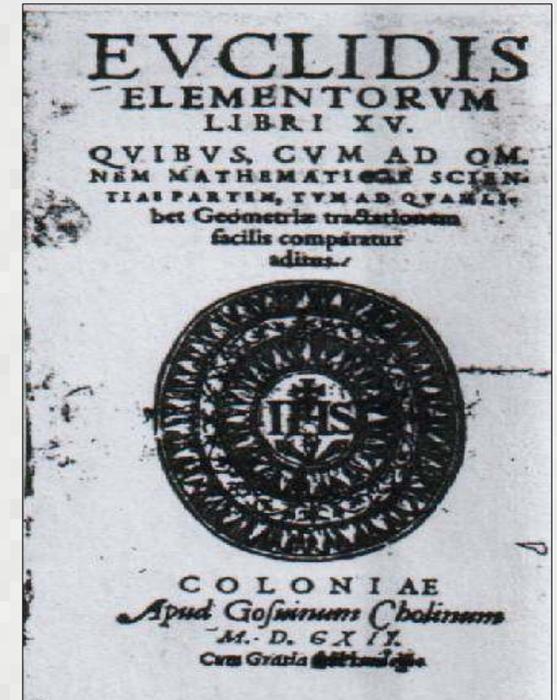
En los largos milenios de la evolución el simio se hizo humano y habitó el planeta. Fue cazador, y luego agricultor, fue guerrero y amante, navegante y artista, fue espiritual y escéptico, ... pero durante siglos y siglos no conoció la derivada. Y sin embargo, se perdía algo importante, que los dioses un día por fin decidieron dejarnos conocer...

Pero no nos adelantemos



La Gloria que fue Grecia → Hélade

- **Tales de Mileto**
- **Pitágoras de Samos**
- **Euclides “Los Elementos” 15**
- **Arquímedes de Siracusa (200aC),
Diofanto, Aristarco, ...**



**Opinan los filósofos: Platón,
Epicteto, Epicuro,
los cristianos y
sigue un largo silencio...**

El origen del mundo moderno



Europa 1500-1700

- ***El hombre nuevo renacentista descubre el mundo que nos rodea***
- ***Nace la Ciencia y la sociedad en la que hemos vivido cuatro siglos***



Las Matemáticas y el mundo moderno

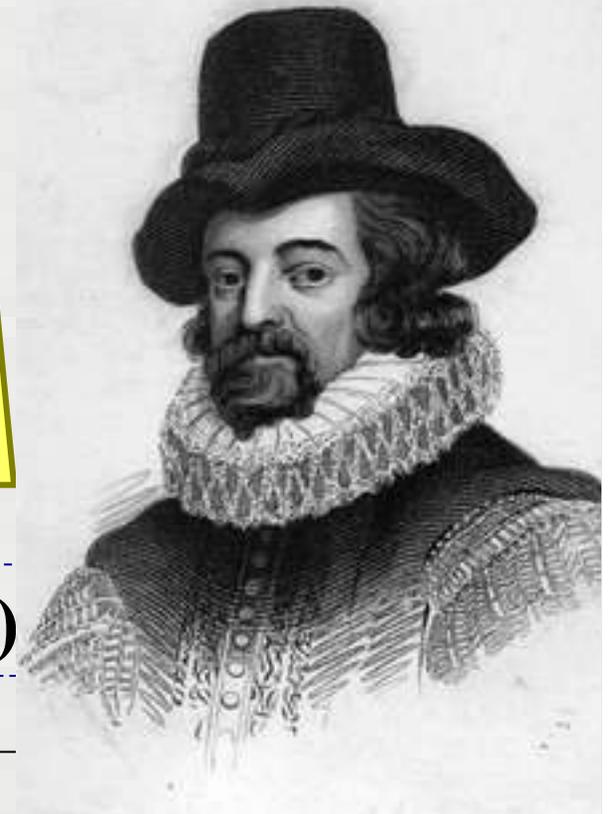
*El hombre nuevo renacentista
y el nacimiento de la ciencia*

LOS DOS PILARES DE LA CIENCIA

EXPERIMENTOS

MATEMÁTICAS

Método Experimental: Francis Bacon (1620)



La importancia de las Matemáticas en el mundo moderno

LOS DOS PILARES DE LA CIENCIA (Cont.)

Método Matemático: Galileo, Descartes, Newton

Dixit →



G. Galileo (1623): *"il libro della Natura è scritto in lingua matematica"*

Fecit →



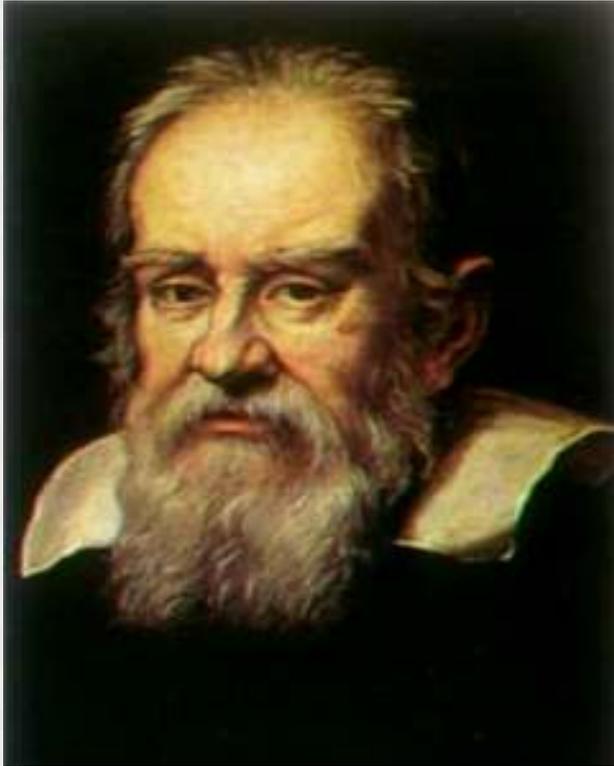
I. Newton (1687): *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis*

Comprender un mundo que cambia

- ***La clave para entender el mundo que nos rodea está en comprender cómo cambia y qué le hace cambiar***
- ***El cálculo del cambio está en la derivada, que es velocidad y que es pendiente.***



LOS HÉROES FUNDADORES



Galileo Galilei, 1564-1642
1564-1642 GALILEO GALILEI



Isaac Newton, 1642-1727
1642-1727 ISAAC NEWTON

“Hijos de un dios mayor”

EL LEGADO DE DON ISAAC (1)

Todo un mundo de **ideas abstractas** / **objetos ideales**:

- **punto, plano, espacio, tiempo absoluto**

$$(x, y, z, t)$$

- **fuerza, masa, aceleración**

$$F = m a$$

- **“atracción a distancia”, gravitación**

$$F = G m m' / r^2 \quad (\text{el cuadrado es importante})$$

- **“curvas ideales”: circunferencia, elipse, parábola**

$$A x^2 + B y^2 = 1, \quad y = a x^2 - b x$$



EL LEGADO DE DON ISAAC (2)

Un río de conceptos que hoy forman el currículum básico de los estudios científicos:



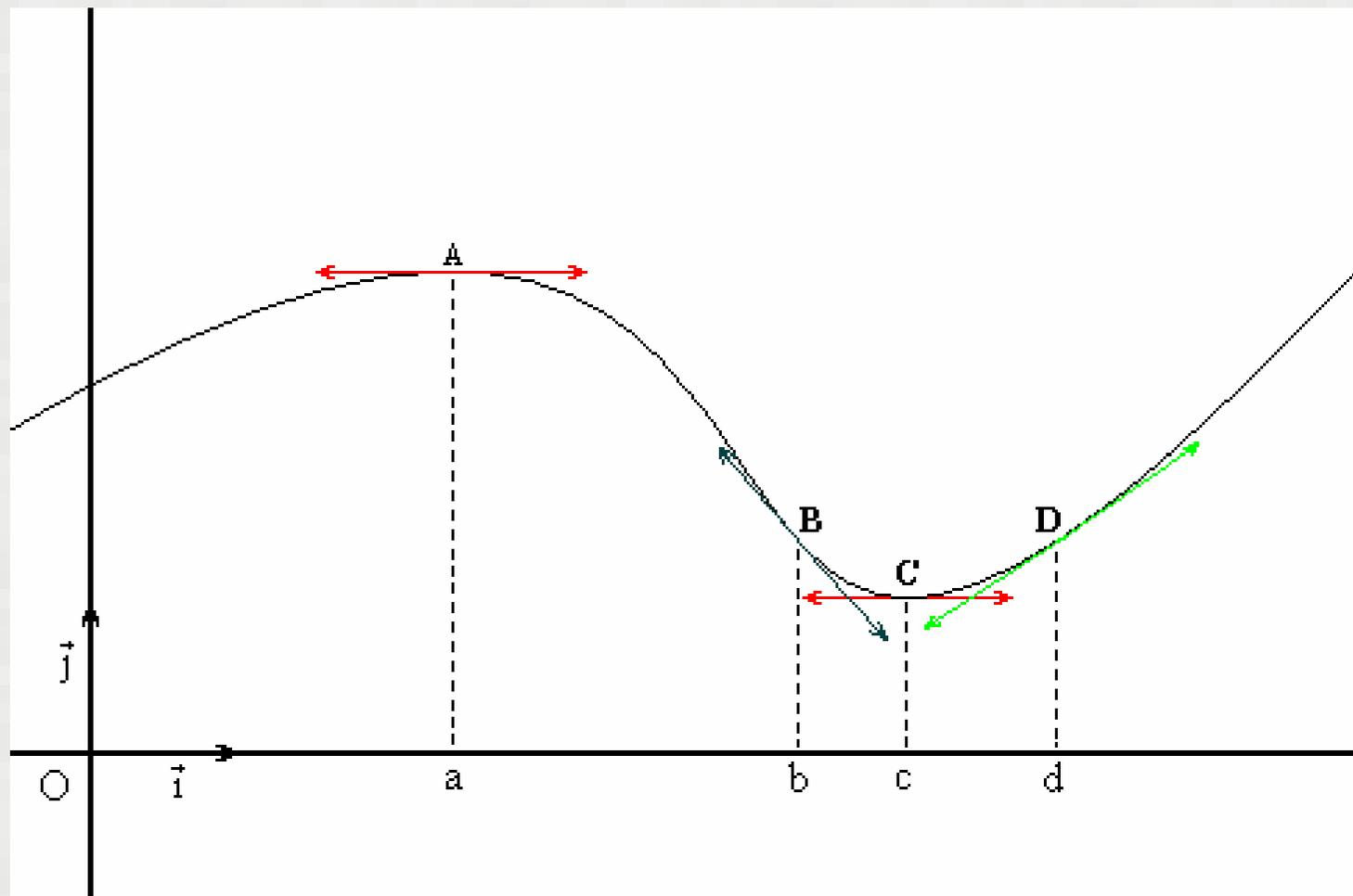
- *Serie*
- *Límite, convergencia*
- **Derivada**
- *Cálculo diferencial*
- *Integral*
- *Cálculo integral*
- *Ecuación diferencial*
- *Ley matemática de la física*

$$\sum_n a_n x^n$$

$$\dot{x} = dx / dt$$

$$\int f(x) dx$$

NUESTRA AMIGA LA DERIVADA



$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

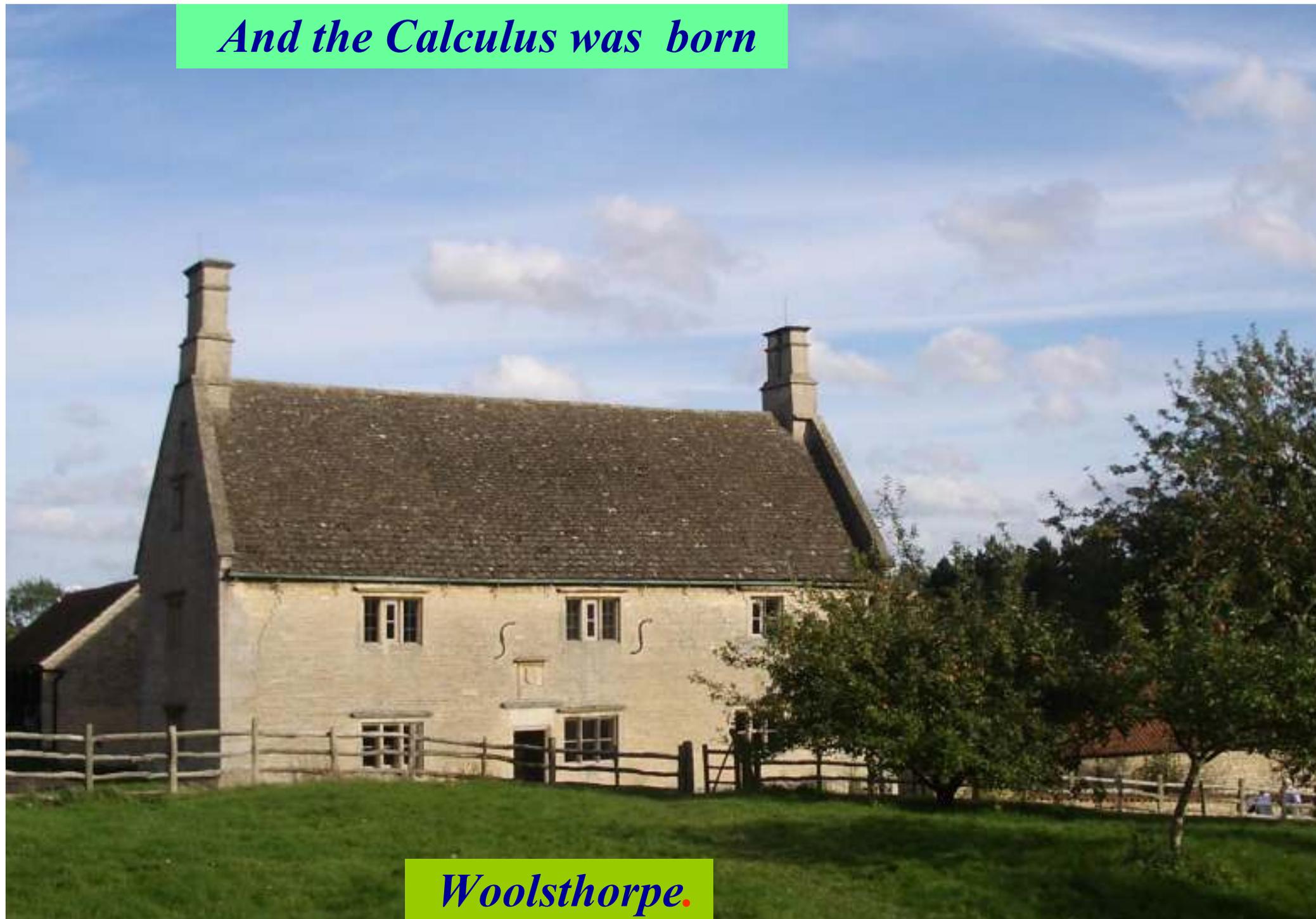
EL LEGADO DE DON ISAAC (3)



- Descubrir el código secreto escrito con signos /videmus per aenigmata et in speculum
- Cálculo diferencial e Integral
- A hombros de gigantes /On the shoulders on giants

Una profunda impresión en sus contemporáneos y sobre el siglo siguiente: **Voltaire, Kant,**... que llega hasta nosotros

And the Calculus was born



Woolsthorpe.

Genios y rivales



Godofredo Leibniz, 1646-1716

Godofredo Leibniz, 1646-1716



Isaac Newton, 1642-1727

Isaac Newton, 1642-1727

La amarga disputa

- In 1684 Leibniz published details of his differential calculus in *Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus...* in *Acta Eruditorum*, a journal established in Leipzig two years earlier. The paper contained the familiar d notation, the rules for computing the derivatives of powers, products and quotients. However, it contained no proofs and Jacob Bernoulli called it **an enigma rather than an explanation**.
- In 1686 Leibniz published, in *Acta Eruditorum*, a paper dealing with the integral calculus with the first appearance in print of the notation dy/dx
- Newton's *Principia* appeared the following year. Newton's '*method of fluxions*' was written in 1671 but Newton failed to get it published and it did not appear in print until John Colson produced an English translation in 1736. This time delay in the publication of Newton's work resulted in a dispute with Leibniz....

Pero la vida continuó y el Cálculo se desarrolló...



DOS SIGLOS DE RÁPIDO PROGRESO

“aprendiendo a jugar en dos tableros”

Análisis Diferencial e Integral: **Euler**, ...

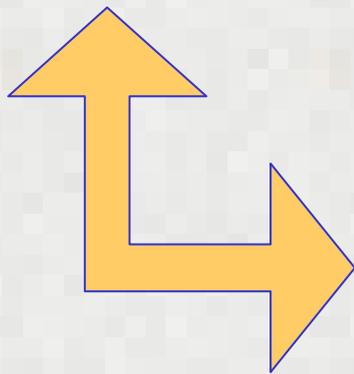
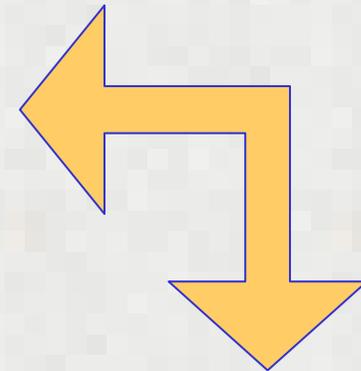
Geometría diferencial: **Gauss, Riemann**

Geom. Generales no euclidianas, dim superiores

Teoría de funciones: **Fourier, Dirichlet, W, J,**

Grupos y álgebra abstracta: **Galois**

Conjuntos. Lógica: **Cantor, Boole, Russell**



Mecánica: **Bernoulli, Euler, Laplace**

Fluidos perfectos, reales (viscosos): **Euler, NS**

Electromagnetismo y Ondas: **Maxwell**

Calor y Termodinámica: **Fourier, Carnot, Joule**

Teoría cinética, M. Estad.: **Boltzmann, Gibbs**



CIENCIA Y SABER VULGAR

Las preguntas de la ciencia

- **Cómo funciona el mundo,**
- **Cómo funcionan nuestro cuerpo**
- **Cómo funciona nuestra mente**



El método de la ciencia

Combinando

- **inducción, deducción y la duda metódica se establecen**
- **teorías y hechos ciertos,**
probados y repetibles
- **contra las meras opiniones y creencias**

LAS MATEMÁTICAS Y EL MUNDO REAL

LAS MATEMÁTICAS

ARTE y ABSTRACCIÓN

- **Números**
- **Figuras**
- **Ecuaciones**
- **Relaciones**
- **Funciones**

EL MUNDO REAL

LO CONCRETO, LA REALIDAD

- **Preguntas**
- **Necesidades**
- **Ciencia**
- **Tecnología**

Las dificultades que encuentran las Matemáticas en la Sociedad

- **Difíciles de crear, de aprender, de enseñar → *recuerdos infantiles***
- **Barrera del lenguaje matemático**
- **Barrera de la abstracción**
- **Prejuicios: *son inútiles, son estáticas,...***
- **La triste historia de nuestra cultura (*pasada*)**

NUEVOS HÉROES



Daniel Bernoulli, 1700-1782
DANIÉL BERNOLLI, 1700-1782



Leonhard Euler, 1707 - 1783
LEONHARD EULER, 1707 - 1783

SIMBOLOS MAGICOS

- **La derivada parcial :**

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f_x = \partial_x f$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f_{xx} = \partial_{xx} f$$

- **El Laplaciano**

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\Delta\phi = \nabla^2\phi = \nabla \cdot (\nabla\phi)$$

- **La variable compleja**

$$z = x + iy$$

$$w = f(z) = u(z) + iv(z)$$

NUEVOS HÉROES



P. S. Laplace 1749-1827



Joseph Fourier, 1768-1830

NUEVOS HÉROES



Gauss
CS1122

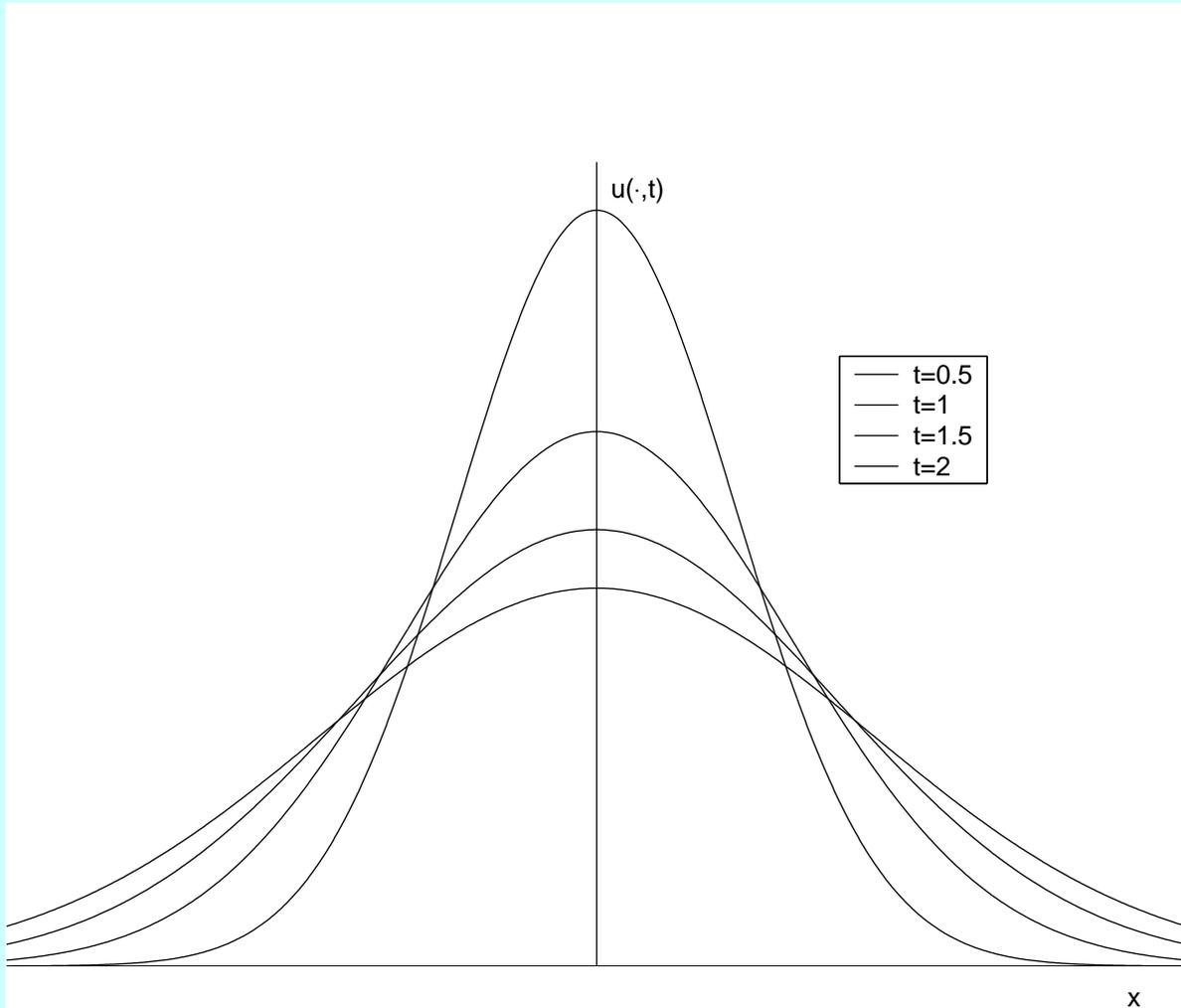
Riemann
B16WS00



Física y Matemáticas en Alemania s XIX

- Las geometrías de n dimensiones
- las curvaturas
- La teoría de números
- La variable compleja
- Los campos
- Las ondas de choque en los gases

La curva más famosa



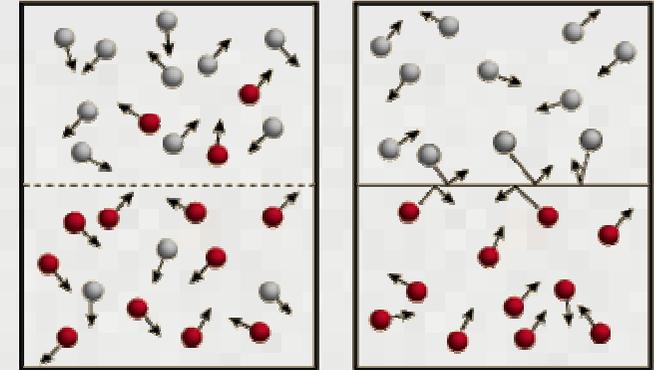
$$y = e^{-x^2/2}, \rho = e^{-v^2/2}$$

$$dy/dx = -xy$$

Probabilidades, Mec. Estadística, Ecuación del calor

Leyes estadísticas de la Física

- Maxwell-Boltzmann,
- Bose-Einstein,
- Fermi Dirac



B-E statistics was introduced for **Photons** in **1920** by **Bose** and generalized to atoms by **Einstein** in **1924**.

Einstein's original sketches were recovered in August 2005 in the Academical Library of Leiden, Holland, where they were found by a student (Rowdy Boeyink).

The expected number of particles in an energy state i for B-E statistics is:

$$n_i = \frac{g_i}{\exp((\epsilon_i - \mu)/kT) - 1}$$

HÉROES PROBABLES



James C. Maxwell, 1831-1879
JAMES C. MAXWELL 1831-1879



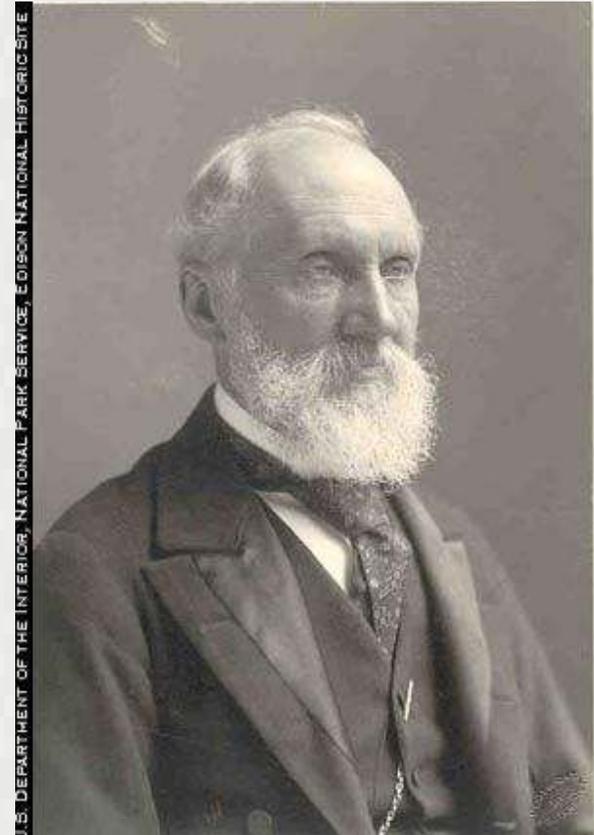
L. Boltzmann, 1844-1906
L. BOLZMANN 1844-1906

HÉROES FLUIDOS



George Gabriel Stokes, 1819-1903
GEORGE GABRIEL STOKES, 1819-1903

*FLUIDS,
CONTINUOUS
FIELDS*



W. Thompson, Lord Kelvin 1897
W. THOMPSON, LORD KELVIN 1897

U.S. DEPARTMENT OF THE INTERIOR, NATIONAL PARK SERVICE, EDISON NATIONAL HISTORIC SITE

LA CRISIS DEL FIN DEL SIGLO XIX

Tras el éxito llegó la duda

- ***Crisis de la geometría para la Física:*** el movimiento browniano
- ***Crisis de los fundamentos lógicos:*** las paradojas de los conjuntos
- ***Crisis de los fluidos:*** las teorías reales no predicen el vuelo
- ***Crisis de la ingeniería:*** los métodos analíticos son escasamente prácticos en los cálculos → El mundo aplicado utiliza matemáticas simples o “clásicas”.
- ***Crisis de la mecánica celeste:*** caos dinámico (Poincaré)
- ***Crisis del esquema newtoniano:*** la velocidad de la luz
- ***Area de aplicación reducida:*** química, biología, geología, economía y ciencias de la salud y sociales quedan fuera.



HÉROES DE 1900



David Hilbert and Henri Poincaré, ~1900
DAVID HILBERT and HENRI POINCARÉ, ~1900

HÉROES DE 1900



Emile Borel and Henri Lebesgue, ~1900
EMILE BOREL and HENRI LEBESGUE ~1900

II. El siglo XX

El siglo de *Einstein*, el gran siglo de la Ciencia

*Una reacción brillante,
una historia inesperada
una riqueza inaudita*



LA REACCIÓN DEL SIGLO XX. I

- **La Teoría de la Relatividad, 1905, 1916 :**
Einstein, Minkowski, Lorentz,... Penrose, Hawking

$$x = \gamma(x' + vt'), \dots t = \gamma(t' + (v/c^2)x')$$

- **La Mecánica Cuántica:** *Bohr, Born, Planck, Heisenberg, Schrödinger, Dirac*

$$i\Psi_t = -\Delta\Psi + V(x)\Psi$$

- **Ingeniería: La teoría matemática del vuelo, 1903:**
hermanos Wright; Zhukovski, Prandtl

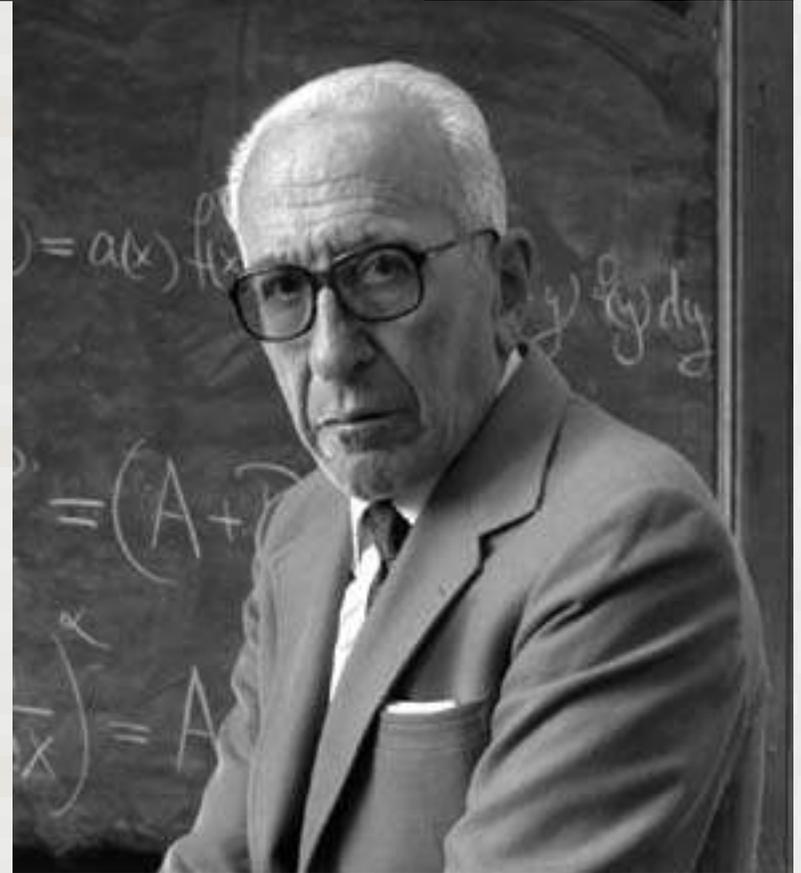


LA REACCIÓN DEL SIGLO XX. II

- **La teoría de las probabilidades y de los procesos estocásticos:**
Einstein, Markov, Kolmogorov, Wiener,, Ito
- **Sistemas dinámicos. La teoría del caos determinista. Los fractales:**
Poincaré, Birkhoff, Lorenz, Smale, Arnold
- **La teoría de funciones:** *Sobolev, Schwartz, A. Calderón,*
- **Las ecuaciones diferenciales de la física y lo demás:** *De Giorgi, Nash, Kruzhkov, Serrin, Crandall-Lions, Caffarelli*
- **Los grupos y la topología en la física:** *Donaldson*



Nuevos Héroes



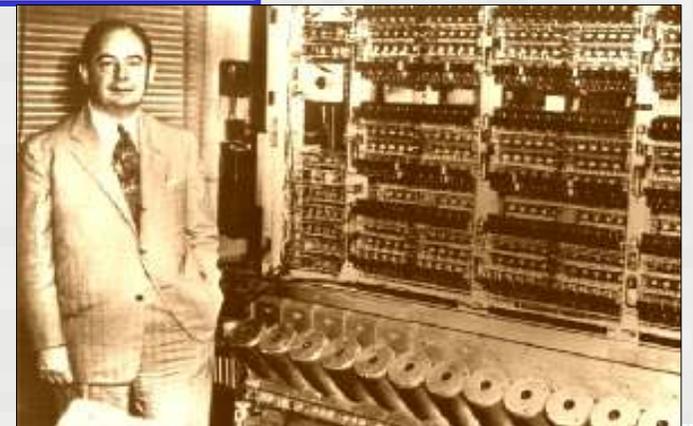
A. N. Kolmogorov & A. Calderón
Α. Ν. ΚΟΛΜΟΓΟΡΟΒ & Α. ΚΑΛΔΕΡΟΝ

EL MUNDO COMPUTACIONAL

- Origen mecánico de las computadoras: **Pascal, Leibniz, Babbage**
- Problema de Lógica Formal: Formalización de la Aritmética de **David Hilbert** (la fe puesta en el mundo finito del algoritmo)
- Crisis: La prueba lógica de **Kurt Gödel** (1931) → incompletitud, inconsistencia, incertidumbre (el fin del absolutismo lógico)
- Un momento genial: **Alan Turing** (1936) *La Máquina de Turing*

La primera computadora moderna, ENIAC, 1946

- ALL PURPOSE → “todo uso”
- ELECTRONIC
- DIGITAL
- PROGRAMMABLE



John Von Neumann con la máquina

HÉROES DE LOS AÑOS 30



Kurt Gödel y Alan Turing, los años 30

KURT GÖDEL Y ALAN TURING, LOS AÑOS 30

TRAS LA REVOLUCIÓN COMPUTACIONAL...

LOS TRES PILARES DE LA CIENCIA

EXPERIMENTOS

MATEMÁTICAS

SIMULACIONES

• El mundo del laboratorio

- Axiomas
- Deducción lógica
- Números y funciones
- Probabilidades
- Otras ideas abstractas
- Cálculos

- Modelado matemático
- Realidad virtual

TRAS LA REVOLUCIÓN COMPUTACIONAL...

La sociedad global del conocimiento y la información



**UN ENIGMA DE
MUCHAS CARAS**

- *¿Es el mundo continuo o discreto?*
- *¿Son las leyes del mundo deterministas o probabilistas?*
- *¿Qué es la realidad y qué papel juega un modelo?*



EL LARGO ALCANCE DE LA MATEMÁTICA APLICADA

La sociedad

Matemáticas para todo

- **Las Finanzas:**
matemáticas de la planificación económica
modelos del mercado de valores
- **Las Comunicaciones:**
Tratamiento de señales; códigos secretos; códigos de barras; criptografía;
Internet, zip, MP3, ...
Tratamiento de imágenes; GPS
- **La Administración y la Sociedad Democrática**
Estadísticas (SNE) y predicciones
Planificación y gestión: grafos y otras matemáticas discretas
Teoría de juegos, resolución de conflictos
Teorías de la elección social
- **La Informática**
lógica y cálculo en el mundo digital; algorítmica
optimización
- **Los Sistemas Automáticos:**
redes neuronales, autómatas



EL LARGO ALCANCE DE LA MATEMÁTICA APLICADA *El entorno tecno-científico*

Matemáticas para todo

- **Los Fluidos:**
*La ciencia del aire: la predicción del tiempo, la evolución del clima en el planeta
las ciencias marinas (costas, tsunamis, el Niño)
control de los recursos (de agua, de petróleo),
problemas del medio ambiente (residuos)*
- **Los Cielos y los Astros:**
*la aeronáutica, ind. Aeroespacial,
la aventura del cosmos, la astrofísica
el universo os agujeros negros según S. Hawking*
- **Los Materiales:**
*materiales compuestos, materiales inteligentes
la nanotecnología*
- **La Física Teórica:** *partículas, supercuerdas*
- **Las Ingenierías:** *****
Minería de recursos y de datos



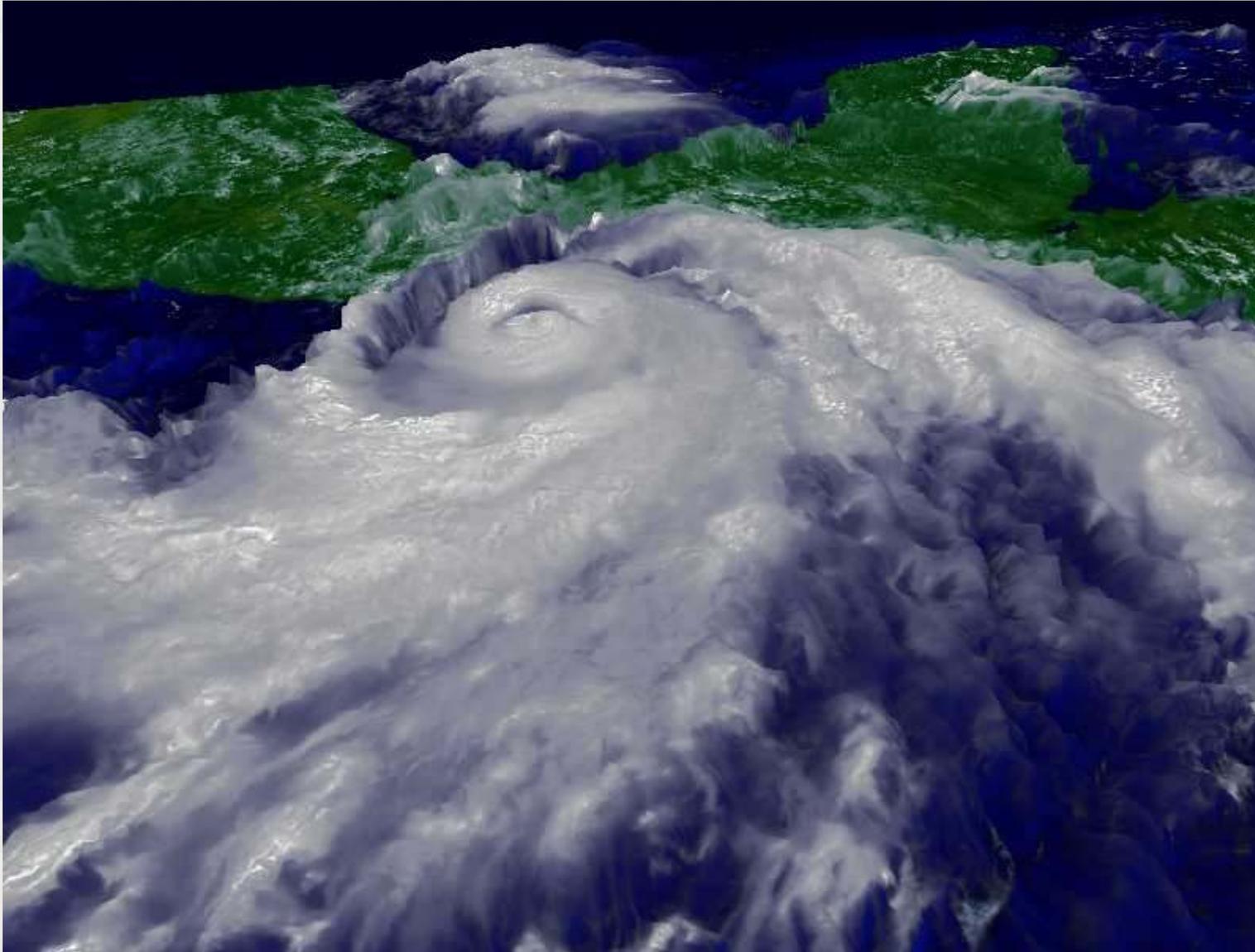
EL LARGO ALCANCE DE LA MATEMÁTICA APLICADA *las ciencias químicas y de la vida*

Matemáticas para todo

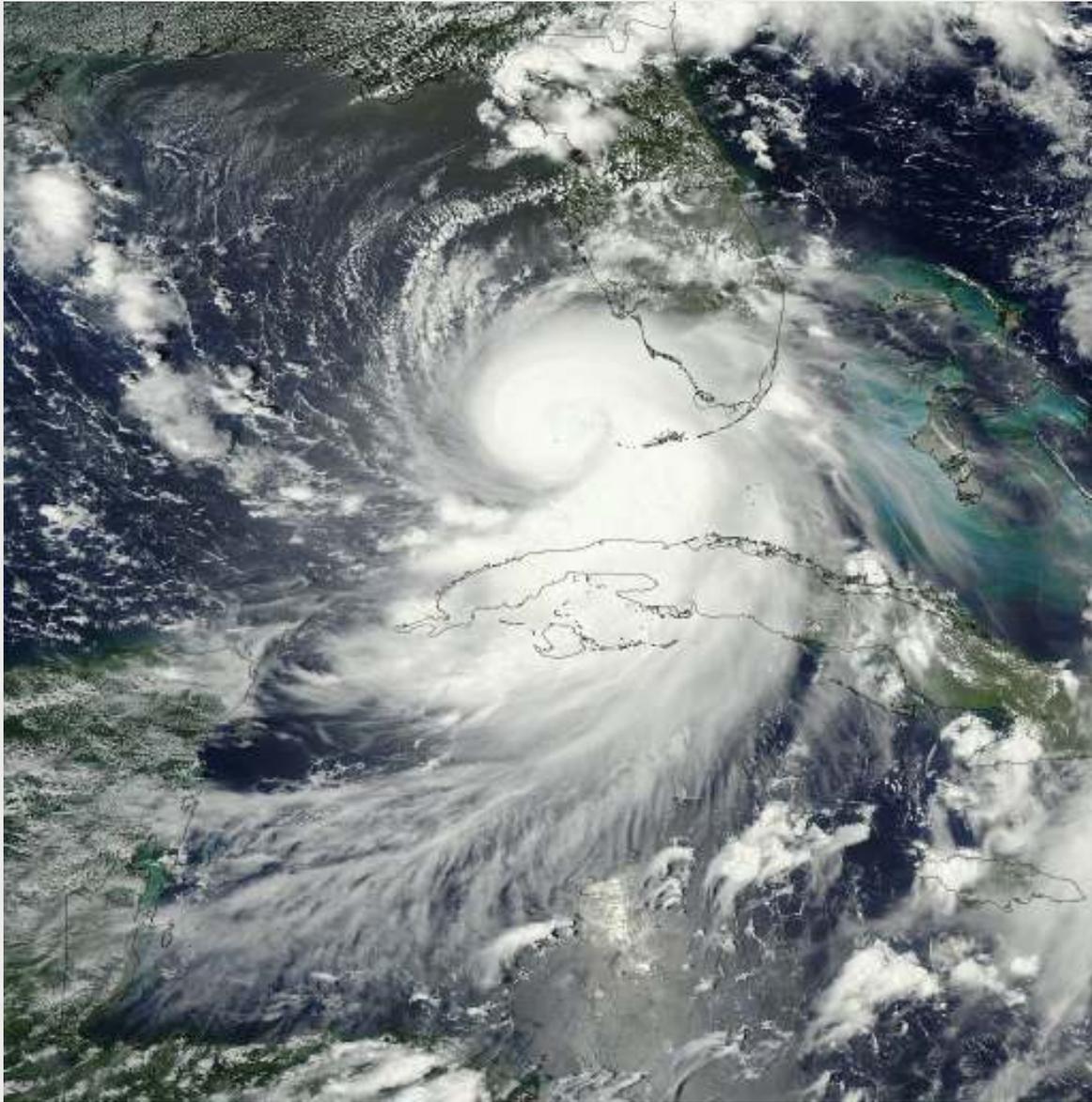
- **La Química Computacional:**
cálculo molecular y espectroscópico directo;
diseño de fármacos
- **La Medicina:**
scáner, laser, tomografía;
crec. de tumores;
simulación de la circulación sanguínea;
órganos complejos
- **La Biología:**
dispersión de poblaciones,
epidemias,
ecología
- **La Biología molecular**
ADN, proteómica y genómica



Algunos retos para la ciencia



Algunos retos para la ciencia



Algunos retos para la ciencia

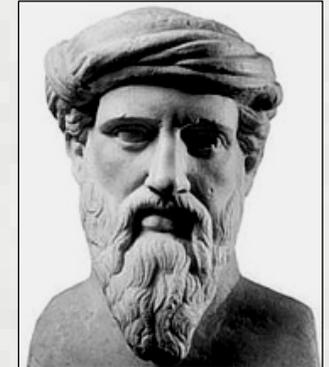


RESUMEN

La matemática es un vasto edificio con muchas vistas y dos caras:

la aplicada

la pura



PITÁGORAS



P. LAX

En el siglo XXI podemos calcular, el cálculo es **rápido, eficiente y barato**. Una computadora normal de investigador tiene más de 10^{11} bytes de memoria y es capaz de usarlos efectivamente. (Feb 2004: se anuncia en España el ordenador de 100 TeraBytes).

El sueño de Pitágoras: *Παντα αριθμος* = **todo es número**, y el proyecto de Galileo-Newton están siendo realizados y **ide qué manera!**

La Ciencia ve el mundo a través de las matemáticas, que son al mismo tiempo la ciencia de *lo exacto* y de *lo probable*.

El Papel de las Ciencias en la Sociedad del Conocimiento y de la Información

- *Comprender*: **PENSAR**, el poder de abstracción
- *Descubrir*: **INVESTIGACION**
- *Producir y controlar*: **DESARROLLO**
- *Cambiar la vida*: **INNOVACION**
- *Comunicar, transmitir*: **EDUCAR**

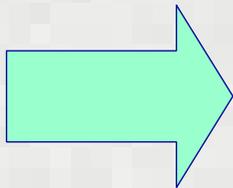


LAS MATEMÁTICAS EN ESPAÑA

- ❑ **1.5000.000** alumnos universitarios
- ❑ **114.000** alumnos de ciencias experimentales
- ❑ **14.000** alumnos de matemáticas
- ❑ **3.000** profesores LRU

Ranking mundial ISI de Ciencia

- ❑ **Tanto por ciento de producción mundial en 1980: < 0.4 %**
- ❑ **Tanto por ciento de producción mundial en el periodo 1998-2003: > 4.5 %**
- ❑ **Comparativamente: USA ~ 40%, Francia ~ 12%, Italia ~5.5%**



- ❑ **ESPAÑA organizó el Congreso Mundial de Matemáticos ICM-2006, el pasado agosto en Madrid.**
- ❑ **Se entregaron las Medallas Fields, Gauss y Nevalinna (~ los "Premios Nobel" de las Matemáticas)**

UN RETO PARA NUESTRO FUTURO

¿Puede la Ciencia española producir un Premio Nobel en los próximos 10 años?

LAS CINCO CONDICIONES

- ❑ **Recursos**
- ❑ **Personal**
- ❑ **Talento**
- ❑ **Concentración**
- ❑ **Liderazgo**

<http://www.uam.es/juanluis.vazquez>



MUCHAS GRACIAS