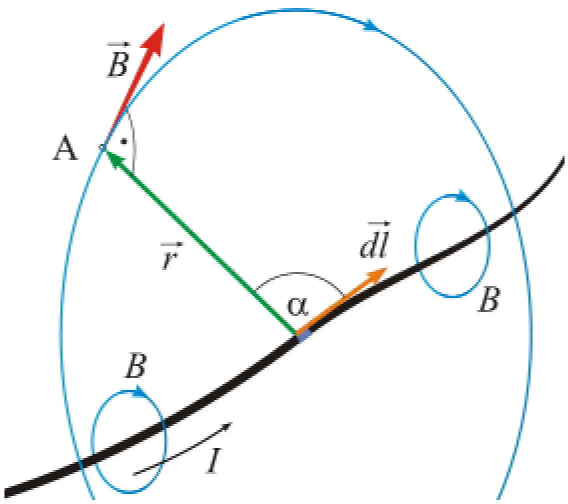
Guía Conceptual de Física
Tema: Ley de Biot Savart
Montoya

La **ley de Biot-Savart** indica el campo magnético creado por corrientes estacionarias. En el caso de corrientes que circulan por circuitos filiformes (o cerrados), la contribución de un elemento infinitesimal de longitud $d\vec{l}$ del circuito recorrido por una corriente I crea una contribución elemental de campo magnético, $d\vec{B}$, en el punto situado en la posición que apunta el vector $\vec{U}r$ a una distancia *R* respecto de $d\vec{l}$, quien apunta en dirección a la corriente I:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l} \times \vec{U}r}{R^2}$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío, y $\vec{U}r$ es un vector unitario.

En el caso de corrientes distribuidas en volúmenes, la contribución de cada elemento de volumen de la distribución, viene dado por

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{J} \times \vec{R}}{R^3} dv$$

donde $\vec{J}$ es la densidad de corriente en el elemento de volumen *dv* y $\vec{R}$ es la posición relativa del punto en el que queremos calcular el campo, respecto del elemento de volumen en cuestión.

En ambos casos, el campo final resulta de aplicar el principio de superposición a través de la expresión

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

en la que la integral se extiende a todo el recinto que contiene las fuentes del campo.

La ley de Biot-Savart es fundamental en magnetostática tanto como la ley de Coulomb lo es en electrostática.

Definimos también, elemento de corriente a la intensidad que circula por un elemento de longitud dl.

$I \cdot dl = dq \cdot v$

Ley de Biot-Savart generalizada.

El campo es directamente proporcional al elemento de corriente que produce B (intensidad de campo magnético) e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a un punto. Su dirección es perpendicular al elemento de corriente y al vector posición

$B= Km \cdot Idl \times \hat{u}r / r2$

Ejercicio Básico :

Con una velocidad v= 2î + j - 3k m/s, un electrón se mueve en una región del espacio en la que el campo magnético viene dado por B = 0,3î - 0,02j (T). ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre el? ¿Y su módulo?

E.1 La ley de Biot-Savart

- En este capítulo se analizaron los campos magnéticos creados por conductores de corriente eléctrica, en algunos casos particulares, y se afirmó que es posible, mediante experimentos, establecer las siguientes relaciones para los módulos de esos campos magnéticos.

  - Campo de un conductor rectilíneo: $B \propto \frac{i}{r}$
  - Campo en el centro de una espira circular: $B \propto \frac{i}{R}$
  - Campo de un solenoide: $B \propto ni$

En esta sección se determinarán las expresiones matemáticas que proporcionan los módulos de los campos, a partir de una Ley General de Electromagnetismo, que la mayoría de los autores de textos de física llaman Ley de Biot-Savart, en homenaje a los científicos franceses Jean Baptiste Biot (1774-1862) y Félix Savart (1791-1841). Ambos propusieron esa ley por los resultados que obtuvieron experimentalmente comprobados poco tiempo después de que dichos científicos tuvieran conocimiento del experimento de Oersted (que se analizó en el capítulo anterior).

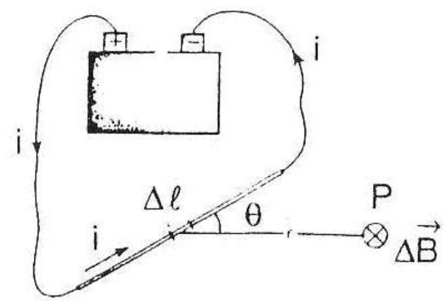


Figura E-1 El elemento $\Delta \ell$, del circuito, recorrido por una corriente *i, crea un campo elemental* $\Delta \vec{B}$, en un punto *P.*

- **La Ley de Biot-Savart.** La figura E-1 presenta un circuito eléctrico recorrido por una corriente i suministrada por la batería ilustrada. Fijemos nuestra atención en un trecho muy pequeño del circuito, de longitud Δl, es decir, un elemento Δl del circuito. El elemento Δl establece en un punto P, situado a una distancia *r* de , Δl un campo magnético $\Delta\vec{B}$ de poca intensidad (o un campo elemental $\Delta\vec{B}$). La dirección y el sentido del vector $\Delta\vec{B}$ pueden obtenerse mediante la "regla de Ampère" que se estudió en la sección 24.1. Usted puede aplicar esta regla para verificar que en la figura E-1, el vector $\Delta\vec{B}$, en el punto *P*, está "entrando" en la hoja de papel, como se indica. (Si la corriente tuviera sentido contrario al mostrado en la figura E-1, el vector$\Delta\vec{B}$ estaría saliendo de la hoja).

Para determinar el módulo d*e* $\Delta\vec{B}$ e los científicos estudiaron los campos magnéticos creados por conductores de diversas formas y llegaron a esta conclusión:

1) ΔB es proporcional a la intensidad de la corriente *i*, que pasa por el elemento $\Delta \ell$: $\Delta B \propto i$.
2) ΔB depende de la longitud $\Delta \ell$ y del ángulo θ. Formado por el elemento con el segmento que une ese elemento al punto *P* (véase figura E-1), llegando a la siguiente relación: $\Delta B \propto \Delta \ell \text{ sen } \theta$.
3) ΔB es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia *r* entre $\Delta \ell$ y P: $\Delta B \propto \frac{1}{r^2}$.

   Al asociar esos resultados en una relación única, se tiene:

$$\Delta B \propto \frac{i\Delta\ell \text{ sen } \theta}{r^2}$$

Como se sabe, una relación de proporcionalidad puede transformarse en una igualdad por la introducción de una constante apropiada. Considerando el circuito de la figura E-1 en el vacío (o en el aire), es decir, sin una influencia de medios materiales, se distinguirá C_0 la constante correspondiente a esa situación. Se tendrá entonces:

$$\boxed{\Delta B = C_0 \frac{i\Delta\ell \text{sen } \theta}{r^2}}$$

Esta expresión, que proporciona el módulo del campo magnético creado por un elemento de corriente, es la expresión matemática de la ley de Biot-Savart, de gran importancia en el estudio de Electromagnetismo, porque a partir de ella es posible calcular el campo magnético establecido por conductores diversos (alambre rectilíneo, solenoide, etc.). Se efectúa ese cálculo aplicando la ley de Biot-Savart a cada elemento que constituye el conductor y calculando la suma vectorial de los resultados, para obtener el campo establecido por el conductor como un todo, como se verá en la sección siguiente.

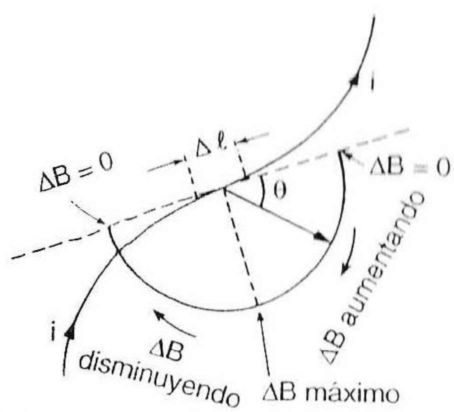


FIGURA E-2 ΔB depende del ángulo θ

- **Comentarios.**

1) Como ya se vio, el módulo del campo magnético, creado en un punto por un pequeño elemento, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del elemento al punto $(\Delta B \propto 1/r^2)$. Es interesante observar que este tipo de dependencia es válida también, como ya se estudió, para el campo eléctrico (creado por una carga puntual) y para el campo gravitacional (creado por una masa puntual).
2) Se debe señalar que ΔB depende del ángulo θ mostrado en la figura E-1 . Por la ley de Biot-Savart se puede ver que, si $\theta = 0°$ o $\theta = 180°$, se tiene sen θ = 0º y, por tanto, ΔB = 0. Entonces, el elemento $\Delta\ell$ no crea campos magnéticos en los puntos situados sobre su recta soporte (Fig. E-2) Para un valor dado de *r* el valor mayor de ΔB ocurrirá cuando θ = 90º, o sea, para puntos tales que el segmento *r* sea perpendicular a $\Delta\ell$, como se indica en la figura E-2.

3) Ya dijimos que la constante C_0 que aparece en la ecuación $\Delta B = C_0 i \Delta \ell \operatorname{sen} \theta / r^2$ se refiere a la situación en que el conductor que crea el campo magnético está situado en el vacío (o en el aire). En ese caso el valor de la constante… en el SI, es

$$C_0 = 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

En presencia de medio materiales, ya sabemos que el módulo del campo magnético se modifica y la constante C_0 se constituye por una constante *C*, cuyo valor depende del medio en el cual está sumergido el conductor.

4) Con el fin de simplificar algunas ecuaciones de electromagnetismo, se acostumbre introducir una constante μ_0, denominada *permeabilidad del vacío*, cuyo valor es:

$$\mu_0 = 4\pi C_0 \quad \text{o bien} \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

Por tanto, $C_0 = \mu_0 / 4\pi$ y la ley de Biot-Savart, cuando se usa esa nueva constante, toma la siguiente forma:

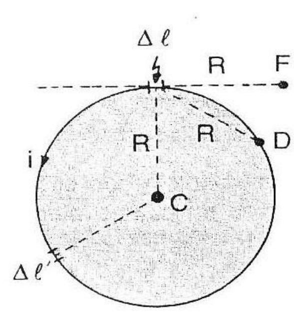
$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta l sen\theta}{r^2}$$

Evidentemente, en presencia de un medio material, la constante μ_0 deberá sustituirse por una constante μ_0 denominada *permeabilidad del medio*.

En el nivel de este curso, es indiferente trabajar con la ley de Biot Savart usando la constante C_0 ($\Delta B = C_0 i \Delta \ell \operatorname{sen} \theta / r^2$) o la constante μ_0 $[\Delta B = (\mu_0 / 4\pi) i \Delta \ell \operatorname{sen} \theta / r^2]$.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el apunte siempre que sea necesario.



Ejercicio 3

1. a) A partir de la expresión matemática de la ley de Biot Savart, determine en el SI, la unidad de la constante C_0 (recuérdese que en el SI la unidad de ΔB es N/A · m)

b) Determine también, en el SI, la unidad de la permeabilidad μ_0.

2. Si se mide la permeabilidad magnética de tres medios materiales: *M, N y P*, se encuentra:

- medio *M*: μ un poco menor que μ_0.
- medio *N*: μ un poco mayor que μ_0
- medio *P*: μ mucho mayor que μ_0

Cada uno de los medios *M, N Y P*, ¿es paramagnético, diamagnético o ferromagnético? Explique.

3. Una espira circular, de radio R = 10 cm, situada en el aire, es recorrida por una corriente *i* = 5.1A. Considere el elemento $\Delta\ell$= 1.0 mm de esa espira y un punto *F* situado a una distancia *R* de $\Delta\ell$, como lo muestra la figura de este ejercicio. ¿Cuál es el valor del campo magnético $\Delta\vec{B}$ que $\Delta\ell$ Establece en *F*?

4. Considerando la situación descrita en el ejercicio anterior, determine el módulo, la dirección y el sentido del campo magnético que $\Delta\ell$ establece en el centro *C* de la espira.
5. Considerando, también, la situación del ejercicio 3, determine el módulo del campo magnético $\Delta\vec{B}$ que $\Delta\ell$ establece en el punto *D* mostrado en la figura del ejercicio.
6. En la figura del ejercicio 3, tómese otro elemento de la espira $\Delta\ell$' = 0,80 mm.
   a) ¿ Cuál es el módulo, la dirección y el sentido del campo $\Delta\vec{B}$'que $\Delta\ell$' establece en el centro *C* de la espira?
   b) ¿Cuál es el módulo del campo magnético que $\Delta\ell$ y $\Delta\ell$', en conjunto, establecen en el centro de la espira?

APLICACIONES DE LA LEY DE BIOT-SAVART

- **Campo magnético en el centro de una espira circular.** Considérese una espira cicular, de radio *R*, recorrida por una corriente *i*, como la de la figura E-3. En la sección 24.2, se vio que el módulo del campo magnético $\vec{B}$ creado por la corriente *i* en el centro de la espira, es tal que $B \propto i/R$. Ahora, aplicando la ley Biot-Savart, se obtendrá la expresión matemática que proporciona el módulo de $\vec{B}$. Considerando un elemento $\Delta\ell$ cualquiera de la espira, vemos que al observar el sentido de la corriente y utilizando la regla de Ampére, que ese elemento crea, en el centro de la espira, un campo magnético $\Delta\vec{B}$ que “entra” en el plano de la espira, en el plano de la Figura E-3 Además de eso, la figura nos muestra que θ = 90º (sen θ = 1) y que *r*= *R*.Por tanto, la ley de Biot-Savart proporciona:

$$\Delta B = C_0 \frac{i\Delta\ell}{R^2}$$

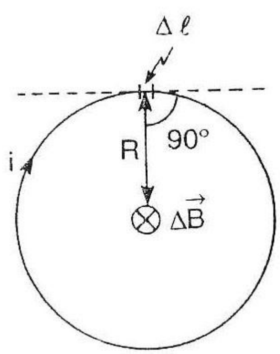


Figura E-3 Para el cálculo del campo magnético en el centro de una espira circular, recorrida por una corriente *i.*

Cualquier otro elemento $\Delta \ell$ de la espira crea, en su centro, un campo $\Delta \vec{B}$ que tiene la misma dirección y el mismo sentido de aquel elemento considerado (Fig. E-3). Por tanto, para obtener el campo magnético $\vec{B}$ creado por toda la espira en su centro, debemos *sumar Algebraicamente* los módulos de los vectores $\Delta \vec{B}$, porque son vectores de misma dirección y sentido.
Al realizar estas sumas se obtiene:

$$B = \sum \Delta B \quad \text{o bien} \quad B = \sum C_0 \frac{i \Delta \ell}{R^2}$$

Observando que para todos los elementos $\Delta \ell$ de la espira los valores de C_0, *i y R* son los mismos, podemos colocarlos en evidencia en la suma anterior, esto es :

$$B = \frac{C_0 i}{R^2} \sum \Delta \ell$$

Es evidente que $\sum \Delta \ell$ representa la longitud total de la espira, o sea:

$$\sum \Delta \ell = 2\pi R$$

Entonces:

$$B = \frac{C_0 i}{R^2} \cdot 2\pi R$$

Donde

$$\boxed{B = 2\pi C_0 \frac{i}{R}}$$

Esa es la expresión que se buscaba. Obsérvese que está de acuerdo con lo visto en la Sección 24.2, entonces, se tiene $B \propto i/R$.

Si se quisiera trabajar con la constante μ_0, el lugar de C_0, basta recordar que $C_0 = \mu_0/4\pi$. Por tanto,

$$B = 2\pi \cdot \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) \cdot \frac{i}{R}$$

Donde

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2R}}$$

- **Campo magnético de un conductor rectilíneo**

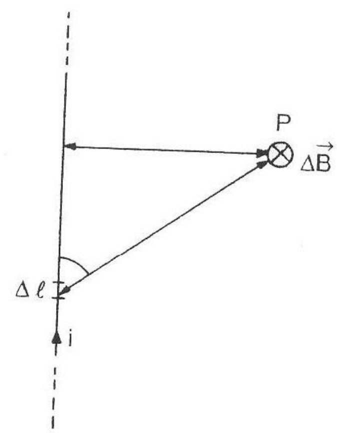


Figura E-4 Para el cálculo del campo magnético creado por un alambre recto, muy comprimido, recorrido por una corriente *i*.

En la figura E-4 se representa un alambre recto, muy comprimido, recorrido por una corriente *i*, con el sentido que se indica. Ya vimos, en la sección 24-1, que esa corriente establece en un punto P, a una distancia r del alambre, un campo magnético tal que $B \,\alpha\, i/r$.

De igual manera a como se hizo para una espira circular, se aplicara la ley Biot-Savart para calcular el modulo de ese campo magnético. Para eso, se considerara el elemento Δl mostrado en la figura E-4. Ese elemento establece en P un campo elemental $\Delta\vec{B}$ que “penetra” en el plano figura E-4 (verifique eso cuando utilice la regla de Ampère). Como se sabe, el modulo $\Delta\vec{B}$ de es proporcionado por la ley de Biot-Savart:

$$\Delta B = C_0 \frac{i \Delta \ell \operatorname{sen} \theta}{x^2}$$

Donde x es la distancia de Δl a P y el Angulo θ esta mostrado en la figura E-4. Es fácil verificar que cualquier otro elemento Δl del alambre largo establecerá, en P, un campo $\Delta\vec{B}$ que también estará penetrando en el plano de la figura E-4, cuyo modulo esta dado por la expresión anterior. Por tanto, para determinar el modulo $\vec{B}$ del campo magnético creado por en P por el conductor como un todo, tendremos que sumar algebraicamente los módulos de los vectores elementales $\Delta\vec{B}$, porque son vectores de igual dirección y sentido. Por tanto,

$$B = \sum \Delta B \quad \text{o bien} \quad B = \sum C_0 \frac{i\Delta\ell \,\text{sen}\,\theta}{x^2}$$

En esa expresión, solo Co e *i* son constantes porque, al pasarse de un elemento del alambre a otro, tanto x como θ se alteran. Entonces,

$$B = C_0 i \sum \frac{\Delta\ell \,\text{sen}\,\theta}{x^2}$$

La suma indicada en esa relación solo tiene condiciones de ser calculada mediante cálculo integral, cuyo estudio se lleva a cabo solamente en cursos superiores. Por eso, no se presenta su desarrollo y solo se informa el resultado de la operación. Mediante el cálculo integral (donde los elementos Δl se consideran infinitesimales) y suponiendo el alambre conductor muy comprimido, se obtiene:

$$\sum \frac{\Delta\ell \,\text{sen}\,\theta}{x^2} = \frac{2}{r}$$

Por tanto, se tendrá

$$B = C_0 i \left(\frac{2}{r}\right) \quad \text{o bien} \quad \boxed{B = 2C_0 \frac{i}{r}}$$

Vemos, así, que la aplicación de la ley Biot–Savart lleva a la conclusión de que, para un alambre recto y comprimido, se tiene B α i/r , según se indico en la sección 24.1.
La expresión anterior tomara la siguiente forma si usamos la constante μ_0:

$$B = 2\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i}{r} \quad \text{o bien} \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$$

*** Campo magnético de un solenoide**
En la sección 24.3 vimos que en el interior de un solenoide recorrido por una corriente i, existe un campo magnético prácticamente uniforme tal que B α ni, donde n es el número de espiras por unidad de longitud del solenoide. La expresión matemática que proporciona el modulo de ese campo magnético también puede obtenerse a partir de la ley Biot-Savart. Sin embargo, el cálculo de esa expresión es bastante complejo, y no hay condiciones de estudiarlo en un curso de bachillerato. Por tanto, se presentara solamente el resultado obtenido cuando esos cálculos se efectúen. Se tiene, en el interior de un solenoide:

$$\boxed{B = 4\pi C_0 ni}$$

O, trabajando con *μo:*

$$B = 4\pi \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) ni \qquad \text{o bien} \qquad \boxed{B = \mu_0 ni}$$

Observe que en esa expresión, se tiene B α ni, como ya se había señalado.

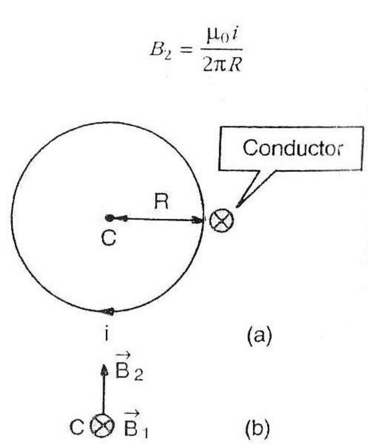
Ejemplo

Una espira circular, de radio R, construida con un alambre delgado, situada en el aire, es recorrida por una corriente i. Perpendicular al plano de la espira y al lado de ella (pero eléctricamente aislado) se tiene un conductor rectilíneo largo, también bastante delgado y recorrido por una corriente i, “penetrando” en el plano del dibujo, como se muestra en la figura E-5a. Determine el modulo del campo magnético resultante, establecido en el centro C de la espira por los alambres conductores.

La corriente de la espira crea, en C, un campo magnético $\vec{B}_1$ que, por la regla de Ampère, esta “penetrando” la hoja de papel (fig. E-5b) y cuyo modulo, como se vio en esta sección, es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

El campo $\vec{B}_2$, que el conductor rectilíneo establece en C, tiene la dirección y el sentido mostrado en la figura E-5b (obtenido por la regla Ampère). Si se observa que los alarmes del conductor son muy delgados, la distancia del conductor del centro C es R, se tiene:



$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Como $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ son vectores perpendiculares, el modulo del campo resultante $\vec{B}$, en el punto C, será dado por:

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 \quad \text{o bien} \quad B^2 = \frac{\mu_0^2 i^2}{4R^2} + \frac{\mu_0^2 i^2}{4\pi^2 R^2}$$

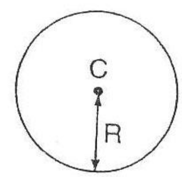
Donde

$$B^2 = \frac{\mu_0^2 i^2}{4R^2}\left(1 + \frac{1}{\pi^2}\right) \quad \text{o bien} \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\sqrt{1 + \pi^2}$$

Ejercicios de aplicación

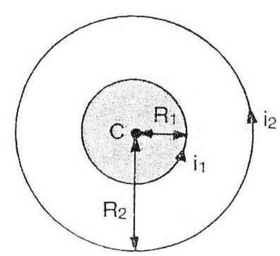
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. La espira circular, de radio R= 10cm., situada en el aire, mostrada en la figura de este ejercicio, es recorrida por una corriente i. Sabiendo que esa corriente establece en el centro de la espira un campo magnético B = 3.14 x 10^{-5} T que "sale" del plano de la figura:
a) Indique, en la figura, el sentido de la corriente en la espira.
b) Determine la intensidad de esa corriente.



Ejercicio 7

8. La figura de este ejercicio muestra dos espiras circulares coplanares, en el aire, en el mismo centro C, y de radios R1 = 10 cm y R2 = 15 cm. Las espiras son recorridas por las corrientes i1 = 5 A y i2 = 3 A con los sentidos indicados en las figura. Determine el modulo, la dirección y el sentido del campo magnético establecido en C.
a) Por la corriente i1
b) Por la corriente i2
c) Por ambas corrientes (campo resultante)



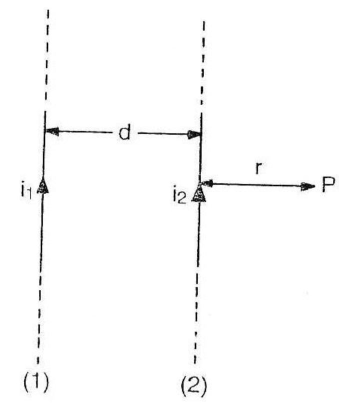
Ejercicio 8

9. En el ejercicio anterior, se desea alterar la corriente i2 de tal modo que el campo magnético resultante en el punto C sea nulo. Para que eso ocurra, ¿Cuál debe ser la intensidad y el sentido de la corriente i2?

10. Un alambre recto y largo, en el aire, es recorrido por una corriente i de la misma intensidad que aquella que recorre la espira circular del ejercicio 7. Considere un punto P a una distancia r

del alambre igual al radio R de aquella espira. Sea $\vec{B}$ c el campo en el centro de la espira mencionada y $\vec{B}$ P el campo en P creado por el alambre.
a) Comparando las ecuaciones que proporcionan Bc y Bp, diga cual de esos campos tiene mayor modulo.
b) Calcule el valor de Bp.

11. Dos alambres rectos y largos, en el aire, paralelos entre si, son recorridos por las corrientes i1= 10.0 A y i2= 2.0 A, con los sentidos mostrados en la figura de este ejercicio. Los alambres están separados por la distancia d = 30cm y el punto P esta a una distancia r =10cm del alambre (2). Determine el modulo, la dirección y el sentido del campo magnético establecido en P.
a) Por la corriente i1.



Ejercicio 11

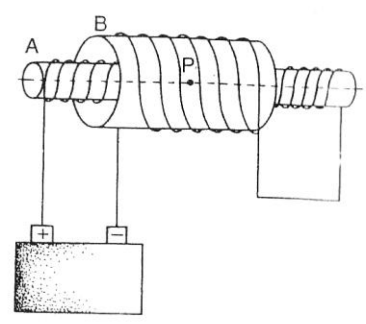
b) Por la corriente i2.
c) Por ambas corrientes (campo resultante).

12. En el ejercicio anterior, se desea alterar la corriente i2 de tal modo que el campo magnético resultante, en el punto P, sea nulo. Para que eso ocurra ¿Cuál debe ser la intensidad y el sentido de la corriente i2?

13. Un solenoide, en el aire, es recorrido por una corriente i = 3.0 A que establece, en su interior, un campo magnético B = 2.0 x 10^{-3} T. Si la longitud del solenoide es L = 15 cm, determine:
a) El numero de espiras, n, por unidad de longitud.
b) El numero total, N, de espiras del solenoide.

14. Dos solenoides, A y B, de longitudes LA = 20 cm y LB = 10 cm, son enrollados de manera que el numero total de espiras en A sea NA = 400 espiras y en B sea NB = 100 espiras. El solenoide A es colocado en el interior del solenoide B, como se indica en la figura de este ejercicio, siendo ambos alimentados por una corriente i = 5.0 A, proporcionado por una batería. Considere el punto P situado en el eje común de los dos solenoides.

a) Los campos magnéticos $\vec{B}$ A y $\vec{B}$ B, que A y B establecen en P, ¿tienen el mismo sentido o sentidos contrarios?
b) Determine el modulo del campo magnético establecido en P por los dos solenoides.



Ejercicio 14