



# Guía Conceptual de Matemática

## Tema: Factorización.

### Montoya

Se puede decir que la factorización algebraica es el proceso inverso de la multiplicación del mismo tipo.

Existen diversos tipos de factorización, cuyas reglas y algoritmos dependen de la forma de la expresión. Algunas son combinaciones de dos o más tipos de ellas.

La factorización se aplica a la resolución de variados problemas. Con la habilidad para resolver ecuaciones polinomiales por factorización se pueden resolver problemas que se habrían esquivado hasta ahora.

Naturalmente como en toda materia que involucre solucionar alguna dificultad o desafío, se deben rechazar soluciones que no sean sensatas a la luz de las condiciones del Problema.

**Aquí van cada uno de los casos de factorización que conviene tener presente:**

#### 1.- Factor común monomio.

- |                                                         |                                    |                                   |                     |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|---------------------|
| 1) $a^2 + ab$                                           | 2) $b + b^2$                       | 3) $x^2 + x$                      | 4) $3a^3 - x^2$     |
| 4) $x^3 - 4x^4$                                         | 5) $5m^2 - 15m^3$                  | 6) $ab - bc$                      | 7) $x^2y - x^2z$    |
| 8) $2a^2x + 6ax^2$                                      | 9) $8m^2 - 12mn$                   | 10) $a^3 + a^2 + a$               | 11) $4a^2 - 8x + 2$ |
| 12) $a^3 - a^2x + ax^2$                                 | 13) $25x^7 - 10x^5 + 15x^3 - 5x^2$ |                                   |                     |
| 14) $9a^2 - 12ab + 15a^3b^2 - 24ab^3$                   |                                    |                                   |                     |
| 15) $16x^3y^2 - 8x^2y - 24x^4y^2 - 40x^2y^2$            |                                    |                                   |                     |
| 16) $15a^{2x+3} + 45a^{3x+3} - 25a^{4x+3}$              |                                    |                                   |                     |
| 17) $24x^{3n-1} - 36x^{n-1} + 40x^{2n-1}$               |                                    | 18) $\frac{1}{4}x - \frac{1}{8}y$ |                     |
| 19) $\frac{5}{12}ax - \frac{10}{8}ay + \frac{20}{16}az$ |                                    |                                   |                     |

**CASO 2: FACTOR COMUN POLINOMIO:** El factor común en este caso es un polinomio:

$$\begin{aligned} \text{Ejemplo: } 4a(2x+y) + 3b^2y(2x+y) - 2x-y &= 4a(2x+y) + 3b^2y(2x+y) - 1(2x+y) \\ &= (2x+y)(4a + 3b^2y - 1) \end{aligned}$$

Ejercicios de aplicación:

- |                                              |                                    |
|----------------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $2x(3m+4n) + 5y(3m+4n)$                   | 2) $4xy(2m+4n) + 5z(2m+4n)$        |
| 3) $2x^3(3m+4n) + 5z^3(3m+4n)$               | 4) $5mn(a-b) + 4x(a-b) + a-b$      |
| 5) $7xy(m-1) - m+1$                          | 6) $(3m-1)(2x+4y) + (3m-1)(5x+4y)$ |
| 7) $2(3m+2)(2x-4y) + 12(3m+2)(2x+3y)$        | 8) $3(x-4) + 6x-24$                |
| 9) $3x(x^2 - 1) + 5y(x^2 - 1) + 3z(x^2 - 1)$ | 10) $(a+b)(x^2 - 1) - (a+b)(x-1)$  |

**CASO 3: FACTOR COMUN POR AGRUPACION DE TERMINOS:** Es una combinación de los dos casos anteriores, también se puede aplicar a las factorizaciones notables como se verá más adelante:

Ejemplo:

$$a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x^3 - 2x^2y = (a^2x - ax^2 + x^3) - (2a^2y - 2axy + 2x^2y)$$

Ejercicios de aplicación:

1)  $a^2 + a - ab - b$

2)  $2xy - 6y + xz - 3z$

3)  $x^5 - x^4 + x - 1$

4)  $x^2 - a^2 + 2xy + y^2 + 2ab - b^2$

5)  $a(x+1) - b(x+1) + c(x+1)$

6)  $a^2 - d^2 + n^2 - c^2 - 2an - 2cd$

7)  $15ax - 6ay - 20bx - 8by$

8)  $8a^2b - 20a^2bx - 2a + 5ax$

9)  $2 - 3a - 2x^2 + 3ax^2$

10)  $4bm^3n + 12m^2n - 10abm - 30a$

**TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:** Corresponde al desarrollo de un cuadrado de binomio:  $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$

Ejemplo:  $4a^4b^2 - 12a^2bx + 9x^2 = (2a^2b - 3x)^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

**Regla Básica.**

1-Ordenar.

2-Verificar que el primer y tercer término sean cuadrados perfectos.

3-Verificar que el doble del producto de estas raíces coincidan con el segundo término del trinomio ordenado.

**Ejercicios.**

1)  $a^2-2ab+b^2$

2)  $a^2+2ab+b^2$

3)  $x^2-2x+1$

4)  $y^4 + 1 + 2y^2$

5)  $a^2-10a+25$

6)  $9-6x+x^2$

7)  $16+40x^2+25x^4$

8)  $1+49a^2-14a$

9)  $36+12m^2+m^4$

10)  $1 + 2ax^3 + a^2x^6$

11)  $a^8 + 18a^4 + 81$

12)  $a^6 - 2a^3b^3 + b^6$

13)  $4x^2-12xy+9y^2$

14)  $9b^2-30a^2b+25a^4$

15)  $1+14x^2y+49x^4y^2$

16)  $1+a^{10}-2a^5$

17)  $\frac{1}{25} + \frac{25}{36}x^4 - \frac{x^2}{3}$

18)  $16x^6 - 2x^3y^2 + \frac{y^4}{16}$

19)  $a^2+2a(a+b)+(a+b)^2$

20)  $4 - 4(1-a) + (1-a)^2$

21)  $(m-n)^2 + 6(m-n) + 9$

22)  $(a+x)^2 - 2(a+x)(x+y) + (x+y)^2$

23)  $(m+n)^2 - 2(a-m)(m+n) + (a-m)^2$

**Respuestas.**

1)  $(a-b)^2$

2)  $(a+b)^2$

3)  $(x-1)^2$

4)  $(x^2+1)^2$

5)  $(a-5)^2$

6)  $(3-x)^2$

7)  $(4+5x^2)^2$

8)  $(1+7a)^2$

9)  $(6+m^2)^2$

10)  $(1-a^3)$  11)  $(a^4+9)^2$

12)  $(a^3-b^3)^2$

13)  $(4x-3y)^2$

14)  $(3b-5a^2)^2$

15)  $(1+7x^2y)^2$

16)  $(1-a^5)^2$

17)  $\left(\frac{5}{6}x^2 - \frac{1}{5}\right)^2$

18)  $\left(4x^2 - \frac{y^2}{4}\right)^2$

19)  $\left(3m + \frac{n}{3}\right)^2$

20)  $(a+(a+b)^2)=(2a+b)^2$

21)  $(2-a)^2$

22)  $(3+(m-n)^2)$

22)  $(a-2x-y)^2$

24)  $m+n-(a-m)$

**DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS:** Corresponde al desarrollo de una suma por su diferencia  $A^2-B^2 = (A+B)(A-B)$

Ejemplo:  $196x^4y^2 - 225z^6 = (14x^2y + 15z^3)(14x^2y - 15z^3)$

Para tener en cuenta:

- Obtener la raíz cuadrada de cada uno de los términos de la diferencia, de no ser exacta, se dejará expresada bajo el signo radical.

- Anotar el producto de la suma por la diferencia de estas raíces entre paréntesis.

### Ejemplos:

$$36x^2 - 49y^2 = (6x + 7y)(6x - 7y).$$

$$4x^2 - 25y^2 = (2x + 5y)(2x - 5y)$$

### Ejercicios:

$$1.) x^2 - y^2 =$$

$$2.) a^2 - 1 =$$

$$3.) a^2 - 4 =$$

$$4.) a - b^2 =$$

$$5.) 1 - 4m^2 =$$

$$6.) 16 - n^2 =$$

$$7.) a^2 - 25 =$$

$$8.) 1 - y^2 =$$

$$9.) 4a^2 - 9 =$$

$$10.) 25 - 36x^4 =$$

$$11.) 1 - 49a^2 b^2 =$$

$$12.) 4x^2 - 81y^4 =$$

$$13.) a^2 b^8 - c =$$

$$14.) 100 - x^2 y^6 =$$

$$15.) a^{10} - 49b^{12} =$$

$$16.) 25x^2 y^2 - 121 =$$

$$17.) 100n^2 m^4 - 16^9 y^6 =$$

$$18.) \frac{20}{25} x^{14} - 1$$

$$19.) 1 - 9n^2 =$$

$$20.) 1 - a^2 =$$

$$21.) \frac{1}{10} - \frac{4}{49} x^2$$

$$22.) \frac{100}{16} m^2 n^4 - \frac{1}{0,25} x^2$$

$$23.) 4x^{2n} - 1 =$$

$$24.) a^{4n} - 225b^4$$

$$27.) 16x^{6m} - \frac{y^{2n}}{49}$$

$$28.) 49a^{10n} - \frac{2b^{12x}}{81}$$

$$29.) 7a - 2b$$

$$29.) 5x^3 - 4y^{2/3}$$

### COMBINACIÓN DE LA DIFERENCIA DE CUADRADOS Y EL TRINOMIO CUADRADO

**PERFECTO:** Es un simple caso de agrupación:

$$\text{Ejemplo: } m^2 + 2mn + n^2 - b^4 = (m^2 + 2mn + n^2) - b^4 = (m+n)^2 - b^4 = (m+n+b^2)(m+n-b^2)$$

### Ejercicios:

$$1. a^2 + 2ab + b^2 - y^2$$

$$2. x^2 - 2xy + y^2 - m^2$$

$$3. m^2 + 2mn + n^2 - 25$$

$$4. 25 - x^2 - 16y^2 + 8xy$$

$$5. 9x^2 - a^2 - 4m^2 + 4am$$

$$6. a^2 + 25m^2 - 1 - 2a$$

$$7. 49x^4 - 25x^2 - 9y^2 + 30xy$$

$$8. a^2 - ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$$

$$9. x^2 + 2xy + y^2 - m^2 + 2mn - n^2$$

$$10. m^2 - x^2 + 9n^2 + 6mn - 4ax - 4a^2$$

$$11. 2am - x^2 - 9 + a^2 + m^2 - 6x$$

$$12. 9m^2 - a^2 + 2acd - cd^2 + 100 - 60m$$

$$13. x^2 - y^2 + 4 + 4x - 1 - 2y$$

$$14. a^2 - 16 - x^2 + 36 + 12a - 8x$$

- |                                       |                                            |
|---------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. $(a + b + y)(a + b - y)$           | 2. $(x - y + m)(x - y - m)$                |
| 3. $(m + n - 25)(m + n + 25)$         | 4. $(5 + x - 4y)(5 - x + 4y)$              |
| 5. $(3x + a - 2m)(3x - a + 2m)$       | 6. $(5m + a + 1)(5m - a - 1)$              |
| 7. $(7x^2 - 5x + 3y)(7x^2 + 5x - 3y)$ | 8. $(a - b + c + d)(a + b - c - d)$        |
| 9. $(x + y - m + n)(x + y + m - n)$   | 10. $(m + 3n + x + 4a)(m + 3n - x - 4a)$   |
| 11. $(a + m + x + 3)(a + m - x - 3)$  | 12. $(3m - 10 - a - cd)(3m - 10 + a + cd)$ |
| 13. $(x + 2 - y - 1)(x + 2 + y + 1)$  | 14. $(a + 6 + x + 4)(a + 6 - x - 4)$       |

**TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN:** Hay que sumar y restar la misma cantidad para completar el trinomio cuadrado perfecto, transformándose luego en el caso anterior:

Ejemplo:  $49m^4 - 151m^2n^4 + 81n^8$ , en este caso como la raíz cuadrada del primer término es:  $\sqrt{49m^4} = 7m^2$  y la del tercer término (previamente ordenado por la potencia) es  $\sqrt{81n^8} = 9n^4$  y cuyo doble producto corresponde a:  $2 \times 7m^2 \times 9n^4 = 126m^2n^4$ , que es lo que correspondería al segundo término del trinomio cuadrado perfecto y no  $151m^2n^4$  como se expresa en el problema, por lo tanto habrá que sumar y restar la diferencia entre  $151m^2n^4$  y  $126m^2n^4$ , esto es:  $151m^2n^4 - 126m^2n^4 = 25m^2n^4$ . Si se dispone el ejercicio de la forma:

$$\begin{array}{r}
 + \quad \frac{49m^4 - 151m^2n^4 + 81n^8}{\quad + 25m^2n^4 \quad - 25m^2n^4} \\
 (49m^4 - 126m^2n^4 + 81n^8) - 25m^2n^4 \\
 (7m^2 - 9n^4)^2 - 25m^2n^4 \\
 \boxed{(7m^2 - 9n^4 + 5mn^2)(7m^2 - 9n^4 - 5mn^2)}
 \end{array}$$

Ejercicios de aplicación:

1)  $4x^4 + 3x^2y^2 + y^4$

2)  $x^8 - 6x^4y^4 + y^8$

$$3) 8a^4 + 9y^4 - 14a^2b^2$$

$$4) 849x^4 + 6x^2y^2 + 25y^4$$

$$5) 1+14a^4 + 81a^8$$

$$6) 1-4x^2 + 36x^4$$

**FACTORIZACION DE UNA SUMA DE DOS CUADRADOS:** Esta es una variación del caso anterior, solo que aquí lo que hay que sumar y restar es el segundo término entero para completar el trinomio cuadrado perfecto:

Ejemplo  $x^4 - 64y^8$ , el segundo término del trinomio será entonces  $2 \times x^2 \times 8y^4 = 16x^2y^4$ , resultando de acuerdo al esquema anterior:

$$\begin{array}{r}
 x^4 \qquad \qquad \qquad - 64y^8 \\
 + \qquad \qquad \qquad + 16x^2y^4 \qquad - 16x^2y^4 \\
 \hline
 (x^4 + 16x^2y^4 - 64y^8) - 16x^2y^4 \\
 (x^2 + 8y^4)^2 - 16x^2y^4 \\
 \boxed{(x^2 + 8y^4 + 4xy^2)(x^2 + 8y^4 - 4xy^2)}
 \end{array}$$

**Ejercicios:**

$$1) X^2 + 64y^4$$

$$2) 4x^8 + y^8$$

$$3) a^4 + 324 b^4$$

$$4) 4m^4 + 81n^4$$

$$5) 4 + 625 x^8$$

$$6) 64 + a^2$$

$$7) 1 + 4n^4$$

$$8) 64x^8 + y^8$$

$$9) 81a^4 + 64b^4$$

**FACTORIZACION DE UN TRINOMIO PARTICULAR DE SEGUNDO GRADO:**

$$x^{2n} + Bx^n + C$$

Condiciones que cumple:

En este caso el trinomio se descompone en el producto de dos binomios. Ambos contienen como primer termino la raíz cuadrada del primer término del trinomio (X) y el segundo término corresponde a un par de números o factores cuyo producto da el tercer término del trinomio (C) y al mismo tiempo la suma debe dar el coeficiente del segundo término del trinomio (B)

EJEMPLO:

$$a^4 - 2a^2b - 15b^2 = (a^2 - 5b)(a^2 + 3b) \quad (\text{¡PIENSE EN EL PROCESO INVERSO DE MULTIPLICAR!})$$

Forma en que se presenta:  $x^{2n} + Bx^n + C$

Condiciones que cumple:

- 1.- El coeficiente del primer término es 1.
- 2.- El primer término es una letra cualquiera elevada a  $2n$ .
- 3.- El segundo término tiene la misma letra que el primero con exponente  $n$  y su coeficiente es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.
- 4.- El tercer término es independiente de la letra que aparece en el 1º y 2º término y es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.

Pasos para desarrollar:

- 1.- Ordenar.
- 2.- Poner paréntesis ( ) ( ).
- 3.- Raíz del primero.
- 4.- Par de  $N^\circ$  que satisfacen las 2 opciones.

Formas en que se presenta:

$x^2 + 15x + 54 = (x + 6)(x + 9)$  En este caso el signo positivo del tercer término nos indica que en los dos factores binomios los dos segundos términos van a tener el mismo signo en este caso 6 y 9. Para saber si estos signos son iguales positivos o iguales negativos hay que ver el 2º término del trinomio si es positivo los dos serán positivos y si es negativo los dos serán negativos.

$a^2 - a - 20 = (x + 5)(x - 4)$  En este caso el signo negativo del tercer término nos indica que en los dos factores binomios los dos segundos términos van a tener distinto signo (el orden con respecto si va primero el signo positivo o el negativo no tiene importancia).

Con respecto a par de  $N^\circ$  que satisfacen las 2 opciones se refiere a que hay que encontrar 2  $N^\circ$  los cuales multiplicados me den el  $N^\circ$  del tercer término del trinomio y que sumados o restados (esto depende del signo del tercer término del trinomio) me den como resultado el  $N^\circ$  del segundo término del trinomio.

Ejercicios:

1.)  $x^2 + 7x + 10$

2.)  $x^2 - 5x + 6$

3.)  $x^2 + 3x - 10$

4.)  $x^2 + x - 2$

5.)  $a^2 + 4a + 3$

6.)  $m^2 + 5m - 14$

7.)  $y^2 - 9y + 20$

8.)  $x^2 - 6 - x = x^2 - x - 6$

9.)  $x^2 - 9x + 8$

10.)  $c^2 + 5c - 24$

11.)  $x^2 - 3x + 2$

12.)  $8n + n^2 = n^2 - 8n + 12$

13.)  $a^2 + 7a - 18$

14.)  $20 + a^2 - 21a = a^2 - 21a + 20$

15.)  $28 + a^2 - 11a$

16.)  $n^2 - 6n - 40$

17.)  $a^2 - 2a - 35$

18.)  $m^2 - 2m - 168$

19.)  $c^2 + 24c + 135$

20.)  $a^2 + a - 380$

$$21.- x^2 + 12x - 364$$

$$22.- a^2 + 42a + 432$$

$$23.- m^2 - 30m - 675$$

$$24.- x^2 - 2x - 528$$

$$25.- c^2 - 4c - 320$$

Respuestas:

$$1.- (x + 5)(x+2)$$

$$2.- (x - 3)(x - 2)$$

$$3.- (x + 5)(x - 2)$$

$$4.- (x + 2)(x - 1)$$

$$5.- (a + 3)(a + 1)$$

$$6.- (m + 7)(m - 2)$$

$$7.- (y - 5)(y - 4)$$

$$8.- (x + 3)(x - 2)$$

$$9.- (x - 8)(x - 1)$$

$$10.- (c + 8)(c - 3)$$

$$11.- (x - 2)(x - 1)$$

$$12.- (n - 6)(n - 2)$$

$$13.- (a + 9)(a - 2)$$

$$14.- (a - 20)(a - 1)$$

$$15.- (a - 7)(a - 4)$$

$$16.- (n + 10)(n - 4)$$

$$17.- (a + 7)(a - 5)$$

$$18.- (m+14)(m - 12)$$

$$19.- (c + 15)(c + 9)$$

$$20.- (a + 20)(a - 19)$$

$$21.- (x + 26)(x - 14)$$

$$22.- (a + 24)(a + 18)$$

$$23.- (m + 45)(m - 15)$$

$$24.- (x + 24)(x - 22)$$

$$25.- (c + 20)(c -$$

**FACTORIZACION DEL TRINOMIO GENERAL DE SEGUNDO GRADO:**

TIENE LA FORMA:  $AX^{2n} + BX^n + C$ . Se factoriza aplicando el caso anterior, por amplificación y simplificación simultanea por el mismo factor A.

Ejemplo:

$$3a^2 + 7a - 6$$

Si disponemos el proceso del siguiente modo:

$$\begin{array}{l}
 3a^2 + 7a - 6 \quad / \quad \text{amplificando por } 3 \\
 (3a)^2 + 7(3a) - 6 \\
 (3a + 6)(3a - 1) \quad \text{Factorizando el primer factor} \\
 3(a + 2)(3a - 1) \quad \text{Ahora simplificando por } 3, \text{ se tiene:} \\
 \cancel{3}(a + 2)(3a - 1) \quad \text{finalmente se obtiene: } (a + 2)(3a - 1)
 \end{array}$$

Ejemplos:

$$9x^2 + 36x + 35$$

1. Ordenar el trinomio
2. Se amplifica por el coeficiente de  $x^2$

$$9x^2 + 36x + 35$$

$$(9x^2) + 36x(9x^2) + 315$$

3.- Se aplica el caso anterior de factorización.

$$9x^2 + 36x + 35$$

$$(9x^2) + 36x(9x^2) + 315$$

$(9x^2 + 21)(9x^2 + 15)$ , que simplificado por 9 resulta:

$$\text{Paso5:}(3x^2 + 7)(3x^2 + 5)$$

Ejercicios:

1)  $3x^2 - 5x - 2$

2)  $6x^2 + 7 + 2$

3)  $5x^2 + 13x - 6$

4)  $4a^2 + 15a + 9$

5)  $44m + 20m^2 - 15$

6)  $5x^4 + 4x^2 - 12$

7)  $2x^2 + 11 + 5$

8)  $36x^2 + 30x - 36$

9)  $16x^2 - 12a - 10$

10)  $16a - 4 - 15a^2$

11)  $25x^4 - 25x^2 + 6$

12)  $3a^2 + 7a - 6$

Resultados:

1)  $(x-2)(3x+1)$

2)  $(3x+2)(2x+1)$

3)  $(5x-2)(x+3)$

4)  $(a+3)(4a+3)$

5)  $(2m+5)(10m-3)$

6)  $(5x+10)(5x-6)$

7)  $(2x+10)(2x+1)$

8)  $(6x - 4)(6x + 9)$

9)  $(4a + 2)(4a - 5)$

10)  $-[(5a-2)(3a+2)]$

11)  $(5x^2 - 2)(5x^2 - 3)$

12)  $(3a + 9)(3a - 2)$

**FACTORIZACION DE UNA EXPRESION CUYO DESARROLLO CORRESPONDE A EL CUBO DE UN BINOMIO** .Corresponde al proceso inverso del desarrollo del cubo del binomio.

Esto es:

$$A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3 = (A \pm B)^3$$

**EJEMPLO:**  $8x^6 + 54x^2y^6 - 27y^9 - 36x^4y^3$  , es un cubo de binomio .Ordenando la expresión se tiene:  $8x^6 - 36x^4y^3 + 54x^2y^6 - 27y^9 = (2x^2 - 3y^3)^3$

Ejercicios de aplicación:

1)  $8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$

2)  $27a^3 + 108a^2 + a44a + 64$

3)  $125x^3 - 75x^2 + 15x - 1$

4)  $8m^3 + 36m^2 + 54m + 27$

5)  $1 - 15a + 75a^2 - 125a^3$

6)  $a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$

**FACTORIZACION DE UNA SUMA O RESTA DE CUBOS PERFECTOS:**

$$A^3 \pm B^3 = (A \pm B)(A^2 \mp AB + B^2)$$

Ejemplo1:  $8x^6 - 27 = (2x^2 - 3)(4x^2 + 6x^2 + 9)$

Ejemplo2:  $27x^3 + 8a^3 = (3x+2a)(9x^2-6ax+4a^2)$

1)  $1+a^3$

2)  $1- a^3$

3)  $x^3- y^3$

4)  $8x^3- 1$

5)  $a^6 - 125$

6)  $8a^9 + 27 =$

7)  $8x^3- 27y^3$

8)  $64a^3- 729b^{12}$

9)  $a^3b^3- x^6 =$

10)  $512+27a^9$

11)  $1+929x^6$

12)  $x^{12}+y^{12} =$

13)  $8x^9 - 125y^3z^6$

14)  $(a+1)^3+(1-3)^3$

15)  $(x-1)^3- (x+2)^3 =$

16)  $(m-2)^3+(m-3)^3$

17)  $(2x-y)^3+(3x+y)^3$

Respuestas:

1)  $(1+a)(1- a + a^2)$

2)  $(1- a)(1+a+a^2)$

3)  $(x- y)(x^2+ xy+y^2)$

4)  $(2x- 1)(4x^2+2x+1)$

5)  $(a^2- 5)(a^4 +5a^2+25)$

6)  $(2a^3+3b^2)(4a^6 - 6a^3b^2+9b^4)$

7)  $(2x- 3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

8)  $(4a- 9b^6)(16a^2+36ab^6 +81b^6)$

9)  $(ab- x^3)(a^2b^2+abx^3+x^6)$

- 10)  $(3a^3-8)(9a^6+24a^3+64)$                       11)  $(9x^2+1)(81x^4-9x^2+1)$   
 12)  $(x^4+y^4)(x^8-x^4y^4+y^8)$     13)  $(2x^3-5yz^2)(4x^6+10x^3yz^2+25y^2z^4)$   
 14)  $[(a+1)+(1-3)](a^2+3)$             15)  $[(x-1)-(x+2)](3x^2+3x+3)$   
 16)  $[(m-2)+(m-3)](m^2-5m+7)$   
 17)  $[(2x-y)+(3x+y)](7x^2+11xy+3y^2)$

**OTROS CASO DE FACTORIZACION:**

I:  $A^n - B^n$  : ES DIVISIBLE POR A-B SIENDO n PAR O IMPAR

II:  $A^n + B^n$  : ES DIVISIBLE POR A+B SIENDO n IMPAR

III:  $A^n - B^n$  : ES DIVISIBLE POR A+B SIENDO n PAR

IV:  $A^n + B^n$  : NUNCA ES DIVISIBLE PO-B

1)  $x^5 + m^5$

2)  $1 - m^4$

3)  $1x^2 + 216x^9$

4)  $1 - x^5$

5)  $16 - m^4$

6)  $32m^{10} + x^5$

**Miscelánea sobre los 10 casos de descomposición en factores**

**Descomponer en factores**

1.  $5a^2+a$

40.  $1+(a-3b)$

80.  $x^6-4x^3-480$

2.  $m^2+2mx+x^2$

41.  $x^4+x^2+25$

81.  $ax-bx+b-a-by+ay$

3.  $a^2+a-ab-b$

42.  $a^8-28a^4+36$

82.  $6am-3m-2a+1$

4.  $x^2-36$

43.  $343+8a^3$

83.  $15+14x-8x^2$

5.  $9x^2-6xy+y^2$

44.  $12a^2bx-15a^2by$

84.  $a^{10}-a^8+a^6+a^4$

6.  $x^2-3x-4$

45.  $x^2+2xy-15y^2$

85.  $2x(a-1)-a+1$

- |                                 |                                 |                               |
|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| 7. $6x^2-x-2$                   | 46. $6am-4am-2n+3m$             | 86. $(m+n)(m-n)+3n(m-n)$      |
| 8. $1+x^3$                      | 47. $81a^4-4b^2c^8$             | 87. $a^2-b^3+2b^3x^2-2a^2x^2$ |
| 9. $27a^3-1$                    | 48. $16-(2^3+b)^2$              | 88. $2am-3b-c-cm$             |
| 10. $x^5+m^5$                   | 49. $20-x-x^2$                  | $-3bm+2a$                     |
| 11. $a^3-3a^2b+5ab^2$           | 50. $n^2+n-42$                  |                               |
| 12. $2xy-6y+xz-3z$              | 51. $a^2-d^2+n^2-c^2-2an-2cd$   | 89. $x^2-2/3x+1/9$            |
| 13. $1-4b+4b^2$                 | 52. $1+216x^3$                  | 90. $4a^{2n}-b^{4n}$          |
| 14. $4x^4+3x^2y^2+y^4$          | 53. $x^3-64$                    | 91. $81x^2-(a+x)^2$           |
| 15. $x^8-6x^4y^4+y^8$           | 54. $x^3-64x^4$                 | 92. $a^2+9-6as-16x^2$         |
| 16. $a^2-a-30$                  | 55. $18ax^5y^3-36xy^8-54x^2y^8$ | 93. $9a^2-x^2-4+4x$           |
| 17. $15m^2+11m-14$              | 56. $49a^2b^2-14ab+1$           | 94. $9x^2-y^2+3x-y$           |
| 18. $a+1$                       | 57. $(x+1)^2-81$                | 95. $x^2-x-72$                |
| 19. $8m^3-27y^8$                | 58. $a^2-(b+c)^2$               | 96. $36a^4-120a^2b^2+49b^4$   |
| 20. $16a^2+24ab+9b^2$           | 59. $(m+n)^2-6(m+n)+9$          | 97. $a^2-m^2-9n^2-6mn$        |
| 21. $1+a$                       | 60. $7x^2+31x-20$               | $+4ab+4b^2$                   |
| 22. $8a-12a^2+6a-1$             | 61. $9a^3+63-45a^2$             |                               |
| 23. $1-m^2$                     | 62. $ax+a-x-1$                  | 98. $1-4/9a^8$                |
| 24. $x^4+4x^2-21$               | 63. $81x^4+25y^2-90x^2y$        | 99. $81a^8+64b^{12}$          |
| 25. $125a+1$                    | 64. $1-27b^2+b^4$               | 100. $49x^2-77x+30$           |
| 26. $a^2+2ab+b^2-m^2$           | 65. $m^4+m^2n^2+n^4$            | 101. $x^2-2abx-35a^2b^2$      |
| 27. $8a^2b+16a^3b-24a^2b^2$     | 66. $c-4d^4$                    | 102. $125x^3-225x^2+135x-27$  |
| 28. $x^5-x^4+x-1$               | 67. $15x^4-15x^3+20x^2$         | 103. $(a-2)^2-(a+3)^2$        |
| 29. $6x^2+19x-20$               | 68. $a^2-x^2-a-x$               | 104. $4a^2m+12a^2n-5bm-15bn$  |
| 30. $25x^4-81y^2$               | 69. $x^4-8x^2-240$              | 105. $1+6x^3-9x^6$            |
| 31. $1-m^3$                     | 70. $6m^4+7m^2-20$              | 106. $a^4+3a^2b-40b^2$        |
| 32. $x^2-a^2+2xy+y^2+2ab^2-b^2$ | 71. $9n^2+4a^2-12an$            | 107. $m^3+8a^3x^3$            |

- |                                |                             |                                        |
|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------------------|
| 33. $21m^5n-7m^4n^2+7m^3n^3$   | 72. $2x^2+2$                | 108. $1-9x^2+24xy-16y^2$               |
| $-7m^2n$                       | 73. $7a(x+y-1)-3b(x+y-1)$   | 109. $1+11x+24x^2$                     |
| 34. $a(x+1)-b(x+1)+c(x+1)$     | 74. $x^2+3x-18$             | 110. $9x^2y^3-27x^3y^3-9x^5y^3$        |
| 35. $4+4(x-y)+(x-y)^2$         | 75. $(a+m)^2-(b+n)^2$       | 111. $(a^2+b^2-c^2)^2-9x^2y^2$         |
| 36. $1-a^2b^4$                 | 76. $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$ | 112. $8(a+1)-1$                        |
| 37. $b^2+12ab+36a^2$           | 77. $8a^2-22a-21$           | 113. $100x^4y^6-129m^4$                |
| 38. $x^6+4x^3-77$              | 78. $1+18ab+81a^2b$         | 114. $(a+2)^2+5(a^2+1)-24$             |
| 39. $15x^4-17x^2-4$            | 79. $4a^6-1$                | 115. $1+1000^6$                        |
| 116. $49a^2-x^2-9y^2+6xy$      |                             | 125. $a^4b^4+4a^2b^2-96$               |
| 117. $x^4-y^2+4x^2+4-4yz-4z^2$ |                             | 126. $8a^2x+7y+21by-7ay-8a^3x+24a^2bx$ |
| 118. $a^3-64$                  |                             | 127. $x^4+11x^2-390$                   |
| 119. $a^5+x^5$                 |                             | 128. $7+33m-10m^2$                     |
| 120. $a^6-3a^3b-54b^2$         |                             | 129. $4(a+b)^2-9(c+d)^2$               |
| 121. $165+4x-x^2$              |                             | 130. $729-125x^3y$                     |
| 122. $a^4+a^2+1$               |                             | 131. $(x+y)^2+x+y$                     |
| 123. $x^2/4-y^6/81$            |                             | 132. $4-(a^2+b^2)+2ab$                 |
| 124. $16x^2+8xy/5+y^2/25$      |                             | 133. $x^3-y^3+x-y$                     |
|                                |                             | 134. $a^2-b^2+a^3-b^3$                 |

## - Ejercicio 2

**Descomponer en tres factores:**

- |                       |                                 |                                |
|-----------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 1. $3ax^2-3a.$        | 22. $m^3+3m^2-16m-48.$          | 43. $(x^2-2xy)(a+1)+y^2(a+1).$ |
| 2. $3x^2-3x-6.$       | 23. $x^3+6x^2y+12xy^2-8y^3.$    | 44. $x^3+2x^2y-3xy^2.$         |
| 3. $2a^2-4abx+2b^2x.$ | 24. $(a+b)(a^2-b^2)-(a^2-b^2).$ | 45. $a^2x-4b^2x+2a^2y-8b^2y.$  |
| 4. $2a^3-2.$          | 25. $32a^5x-48a^3bx+18ab^2x.$   | 46. $45a^2x^4-20a^2.$          |
| 5. $a^3-3a^2-28a.$    | 26. $x^4-x^3+x^2-x.$            | 47. $a^4-(a-12)^2.$            |

- |                             |                                 |                                |
|-----------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 6. $x^3-4x+x^2-4$ .         | 27. $4x^2+32x-36$ .             | 48. $bx^2-b-x^2+1$ .           |
| 7. $3ax^3+3ay^3$ .          | 28. $a^4-(a+2)^2$ .             | 49. $2x^4+6x^3-56x^2$ .        |
| 8. $4ab^2-4abn+an^2$ .      | 29. $x^6-25x^3-54$ .            | 50. $30a^2-55a-50$ .           |
| 9. $x^4-3x^2-4$ .           | 30. $a^6+a$ .                   | 51. $9(x-y)^3-(x-y)$ .         |
| 10. $a^3-a^2-a+1$           | 31. $a^3b+2a^2bx+abx^2-aby^2$ . | 52. $6a^2x-9a^3-ax^2$ .        |
| 11. $2ax^2-4ax+2a$ .        | 32. $3abm^2-3ab$ .              | 53. $64a-125a^4$ .             |
| 12. $x^3-x+x^2y-y$ .        | 33. $81x^4y+3xy^4$ .            | 54. $70x^4+26x^3-24x^2$ .      |
| 13. $2a^3+6a^2-8a$ .        | 34. $a^4-a^3+a-1$ .             | 55. $a^7+6a^5-35a^3$ .         |
| 14. $16x^3-48x^2y+36xy^2$ . | 35. $x-3x^2-18x^3$ .            | 56. $16a^5b-56a^3b^3+49ab^5$ . |
| 15. $3x^3-x^2y-3xy^2+y^3$ . | 36. $6ax-2bx+6ab-2b^2$ .        | 57. $7x^6+32a^2x^4-15a^4x^2$ . |
| 16. $5a^4+5a$ .             | 37. $am^3-7am^2+12am$ .         | 58. $x^{2m+2}-x^2y^{2n}$ .     |
| 17. $6ax^2-ax-2a$ .         | 38. $4a^2x^3-4a$ .              | 59. $2x^4+5x^3-54x-135$ .      |
| 18. $n^4-81$ .              | 39. $28x^3y-7xy^3$ .            | 60. $ax^3+ax^2y+axy^2-2ax^2$   |
| 19. $8ax^2-2a$ .            | 40. $3abx^2-3abx-18ab$ .        | $-2axy-2ay^2$ .                |
| 20. $ax^3+10ax^2+25ax$ .    | 41. $x^4-8x^2-128$ .            | 61. $(x+y)^4-1$ .              |
| 21. $x^3-6x^2-7x$ .         | 42. $18x^2y+60xy^2+50y^3$ .     | 62. $3a^5+3a^3+3a$ .           |

### -Ejercicio 3

**Descomponer en cuatro factores:**

- |                        |                                   |                                     |
|------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $1-a^8$ .           | 14. $a^5-a^3b^2-a^2b^3b^5$ .      | 27. $1-a^6b^6$ .                    |
| 2. $a^8-1$ .           | 15. $8x^4+6x^2-2$ .               | 28. $5ax^3+10ax^2-5ax-10a$ .        |
| 3. $x^4-41x^2+400$     | 16. $a^4-25a^2+144$ .             | 29. $a^2x^2+b^2y^2-b^2x^2-a^2y^2$ . |
| 4. $a^4-2a^2b^2+b^4$ . | 17. $a^2x^3-a^2y^3+2ax^3-2ay^3$ . | 30. $x^8+x^4-2$ .                   |
| 5. $x^5+x^3-2x$ .      | 18. $a^4+2a^3-a^2-2a$ .           | 31. $a^4+a^3-9a^2-9a$ .             |
| 6. $2x^4+6x^3-2x-6$ .  | 19. $1-2a^3+a^6$ .                | 32. $a^2x^2+a^2x-6a^2-x^2-x+6$ .    |

7.  $3x^4-243$ .      20.  $m^6-729$ .      33.  $16m^4-25m^2+9$ .
8.  $16x^4-8x^8y^8+y^4$ .      21.  $x^5-x$ .      34.  $3abx^2-12ab+3bx^2-12b$ .
9.  $9x^4+9x^8y-x^2-xy$ .      22.  $x^5-x^3y^2+x^2y^3-y^5$ .      35.  $3a^2m+9am-30m+3a^2+9a-30$ .
10.  $12ax^4+33ax^2-9a$ .      23.  $a^4b-a^3b^2-a^2b^3+ab^4$ .      36.  $a^3x^2-5a^3x+6a^3+x^2-5x+6$ .
11.  $x^8-y^8$ .      24.  $5a^4-3125$ .      37.  $x^2(x^2-y^2)-(2x-1)(x^2-y^2)$ .
12.  $x^6-7x^8-8$ .      25.  $(a^2+2a)^2-2(a^2+2a)-3$ .      38.  $a(x^3+1)+3ax(x+1)$ .
13.  $64-x^6$ .      26.  $a^2x^3+2ax^3-8a^2-16a$ .

#### -Ejercicio 4

**Descomponer en cinco Factores:**

1.  $x^9-xy^8$ .      6.  $2a^4-2a^3-4a^2-2a^2b^2+2ab^2+4b^2$ .
2.  $x^5-40x^3+144x$ .      7.  $x^6+5x^5-81x^2-405x$ .
3.  $a^6+a^3b^3-a^4-ab^3$ .      8.  $3-3a^6$ .
4.  $4x^4-8x^2+4$ .      9.  $4ax^2(a^2-2ax+x^2)-a^3+2a^2x-ax^2$ .
5.  $a^7-4b^6$ .      10.  $x^7+x^4-81x^3-81$ .

#### Ejercicio 5

**Descomponer en seis factores:**

11.  $x^{17}-x$ .      13.  $a^6x^2-x^2+a^6x-x$
12.  $3x^6-75x^4-48x^2+1200$ .      14.  $(a^2-ax)(x^4-82x^2+81)$ .